

КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД УЛУЧШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ

Аннотация: В статье приведен метод улучшения эффективности оценок переменных состояния динамических объектов на основе внедрения дополнительной матрицы усиления в контур фильтрации и блока компенсации влияния рассогласования начальных условий переменных состояния объекта и фильтра.

Ключевые слова: динамические объекты, оценка переменных состояния, фильтрация.

В работах авторов [1,2] доказано, что калмановская постановка задачи фильтрации некорректна, так как не учитывает влияние рассогласования начальных условий переменных состояния объекта и фильтра. В тех же работах разработана корректная постановка задачи фильтрации, которая имеет следующий вид:

$$\hat{x}^* = \arg \left\{ \min_{\hat{x}} [\sigma_{\varepsilon(0)}^2 + tr P_{\varepsilon}(t)] \left. \begin{array}{l} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + Bu(t) + G(t)w(t), \\ y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) + v(t), \\ M\hat{x} = Mx(t), Mw(t) = 0, Mv(t) = 0, \\ Cov[w(t), w(\tau)] = Q\delta(t - \tau), \\ Cov[v(t), v(\tau)] = R\delta(t - \tau), \\ Cov[w(t), v(\tau)] = 0, \\ Cov[\hat{x}(0), \hat{x}(0)] = P_0, \\ \text{Структура фильтра: линейная} \end{array} \right\}, \quad (1)$$

где, $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ – вектор переменных состояния, $\hat{x} = [\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n]^T$ – вектор оценок переменных состояния, $u = [u_1, \dots, u_r]^T$ – вектор входных воздействий объекта, $y = [y_1, \dots, y_l]^T$ – вектор выходной величины измерителя выходной величины объекта, A, B, C, D – матрицы состояния, входа, выхода и обхода объекта, M, Cov – операторы математического ожидания и ковариации, Q, R – дисперсии помех w и v , $\delta(t)$ – функция Дирака, P_0 – ковариационная матрица оценок $\hat{x}(t)$ при $t = 0$, $tr P_{\varepsilon}$ – след ковариационной матрицы P_{ε} ошибки фильтрации $\varepsilon(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, $\sigma_{\varepsilon(0)}^2$ – суммарная дисперсия ошибки фильтрации, зависящая от $\varepsilon(0) = x(0) - \hat{x}(0)$.

На основе корректной постановки авторами предложены два подхода синтеза улучшенных фильтров переменных состояния, суть которых вытекают из следующих соображений, эффективность которых значительно превышает эффективность стандартных калмановских фильтров.

Так как фильтры переменных состояния являются динамическими операторами, то в ошибке фильтрации существует свободная составляющая $\varepsilon_{ce}(t)$ равная:

$$\varepsilon_{ce}(t) = \Phi(t)\varepsilon(0), \quad (2)$$

где $\Phi(t)$ – переходная матрица фильтра. Отметим, что $\varepsilon_{ce}(t)$ является случайным процессом. При этом случайным является только $\varepsilon(0)$, а структура процесса – регулярна и определена переходной матрицей $\Phi(t)$. Свободная составляющая $\varepsilon_{ce}(t)$ влияет на эффективность оценок переменных состояния в интервале выхода фильтра на стационарный режим. Из выражения (2) вытекает, что для уменьшения влияния $\varepsilon(0)$ на эффективность оценок переменных состояния имеется два “рычага”, а именно, матрица $\Phi(t)$ и $\varepsilon(0) = x(0) - \hat{x}(0)$. Отсюда вытекает, что для уменьшения влияния $\varepsilon(0)$ на эффективность оценок имеются две возможности, а именно:

1) видоизменить матрицу $\Phi(t)$ на интервале выхода фильтра на стационарный режим;

2) уменьшить величину $\varepsilon(0)$ за счет определения $\hat{x}_O(0)$.

Авторами на основе указанных возможностей разработаны два варианта улучшенных фильтров переменных состояния, эффективность которых значительно превышает эффективность стандартных фильтров Калмана.

Очевидно, что эффективность второго варианта фильтра переменных состояния существенно зависит от качества оценки $\hat{x}_O(0)$, а именно, от ее эффективности и смещенности.

Если указанные требования к оценке $\hat{x}_O(0)$ не соблюдены, то этот недостаток может быть эффективно скомпенсирован за счет использования первой возможности улучшения качества фильтрации, а именно, за счет видоизменения матрицы $\Phi(t)$ на интервале выхода фильтра на стационарный режим. Эта идея приводит непосредственно к необходимости синтеза комбинированного фильтра переменных состояния, построенного на базе совместного учета указанных двух возможностей.

Структурная схема упомянутого предложенного комбинированного фильтра имеет вид, указанный на рисунке 1.

В структурной схеме $K_K(t)$ – матрица усиления фильтра Калмана, $K_D(t)$ – дополнительная матрица усиления, БООНУПС – блок определения оценок начальных условий переменных состояний объекта, БПНУПСФ – блок перестройки начальных условий переменных состояний фильтра.

В улучшенных фильтрах с учетом влияния рассогласования начальных условий $\varepsilon(0) = x(0) - \hat{x}(0)$ на качество фильтрации матрица $K_D(t)$ отсутствует, а в улучшенных фильтрах с перестройкой матрицы усиления фильтра отсутствуют блоки БООНУПС и БПНУПСФ.

Матрица $K_D(t)$ имеет следующий вид:

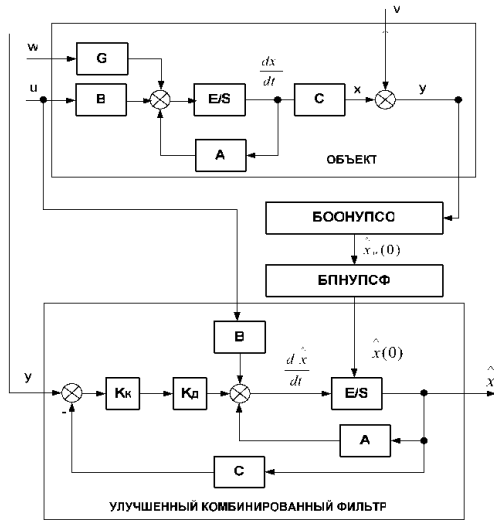


Рис. 1 – Структурная схема комбинированного фильтра

$$K_D(K_O, \alpha, \beta, t) = K_{D0}e^{\alpha t} \cos \beta t + E, \quad (3)$$

где K_{D0} выбрана с учетом требуемой скорости уменьшения влияния $\varepsilon(0)$ на качество фильтрации, α – для обеспечения уменьшения коэффициентов матрицы усиления фильтра, чтобы не допустить не желаемые, в первую очередь неустойчивые процессы фильтрации, β – для компенсации возможных колебаний процесса фильтрации, E – единичная матрица.

Эффективность комбинированного фильтра переменных состояния была исследована путем его компьютерного моделирования. При этом:

1) В качестве объекта использован объект 3-го порядка, описываемый следующей ВММ:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.75 & -1.75 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad G(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

2) В качестве помех $v(t)$ и $w(t)$ выбраны белые помехи с интенсивностями $Q_w = 0.3$ и $R_v = 0.3$.

3) Рассогласование начальных условий:

$$\varepsilon^T(0) = [1 \ 0_0]^T. \quad (5)$$

Для оценки эффективности фильтрации использованы следующие интегральные меры:

$$\gamma_i[\varepsilon(0)] = \int_0^{t_c} [x_i(t) - \hat{x}_i(t)]^2 dt, \quad (6)$$

$$\xi = \sum_i \gamma_i^K [\varepsilon(0)] / \sum_i \gamma_i^Y [\varepsilon(0)], \quad (7)$$

где i – номер переменной состояния, $i \in [1, 2, 3]$, индекс K относится к калмановскому фильтру, а индекс Y к улучшенному случаю.

Результаты моделирования приведены на нижеследующих графиках:

Фильтр с дополнительной матрицей усиления

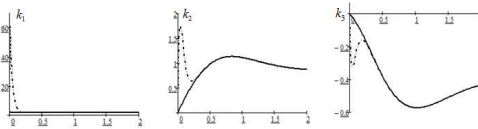


Рис. 2 – Графики коэффициентов матрицы усиления фильтра Калмана (сплошная линия) и улучшенного фильтра с дополнительной матрицей усиления (штрихпунктирная линия)

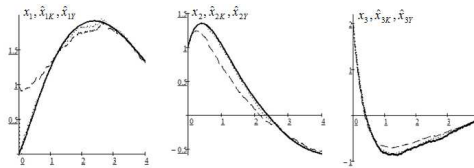


Рис. 3 – Графики переменных состояния объекта (сплошная линия), калмановских оценок (штриховая линия), оценок улучшенного фильтра с дополнительной матрицей (точечная линия)

Фильтр с компенсацией влияния рассогласования начальных условий

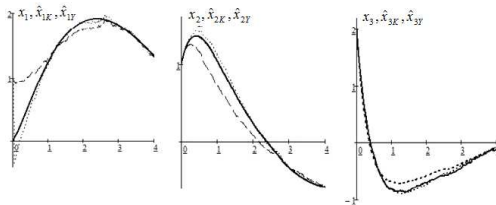


Рис. 4 – Графики переменных состояния объекта (сплошная линия), калмановских оценок (штриховая линия), оценок улучшенного фильтра с компенсацией (точечная линия)

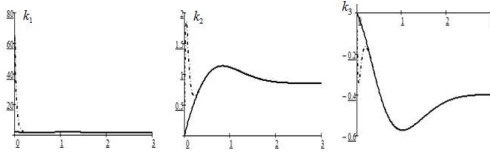


Рис. 5 – Графики коэффициентов матрицы усиления фильтра Калмана (сплошная линия) и комбинированного фильтра (штрихпунктирная линия)

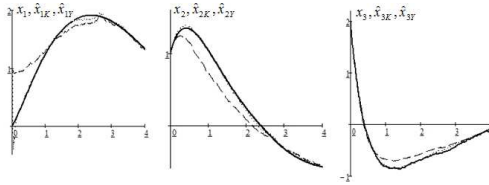


Рис. 6 – Графики переменных состояния объекта (сплошная линия), калмановских оценок (штриховая линия), оценок комбинированного фильтра (точечная линия)

Комбинированный фильтр

Для исследуемых вариантов фильтров критерий $\gamma_i[\varepsilon(0)] = \int_0^{t_c} [x_i(t) - \hat{x}_i(t)]^2 dt$, получил следующие значения:

- 1) для фильтра Калмана: $I_K = 9.17$
- 2) для фильтра с дополнительной матрицы усиления: $I_U = 0.89$
- 3) для фильтра с компенсацией влияния рассогласования начальных условий: $I_{Комп} = 1.31$
- 4) для комбинированного фильтра: $I_{У+Комп} = 0.85$

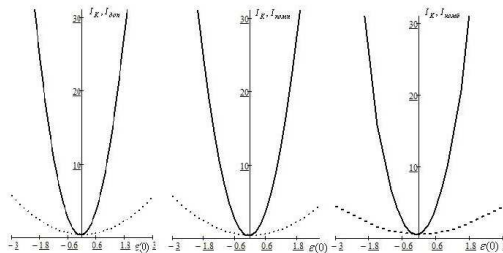


Рис. 7 – Графики зависимости критерия качества 1-й переменной состояния от рассогласования начальных условий фильтра Калмана (сплошная линия), улучшенного фильтра (пунктирная линия)

Выводы

1. Улучшенный фильтр, синтезированный на основе комбинированного подхода, приводит к более эффективным оценкам переменных состояния, чем стандартные калмановские фильтры.

2. Улучшенный фильтр, синтезированный на основе комбинированного подхода, приводит к более эффективным оценкам переменных состояния, чем фильтры, синтезированные на основе или внедрения дополнительной матрицы усиления в фильтра или блока учета влияния рассогласования начальных условий переменных состояния объекта и фильтра.

3. Полученные результаты экспериментальных исследований полностью подтверждают высокую эффективность разработанного в рамках данной статьи фильтра переменных состояния на базе комбинированного подхода.

4. Внедрение дополнительной матрицы усиления в контур фильтра позволяет компенсировать „некачественное” определение оценок начальных условий переменных состояний объекта.

Литература

1. Кикю А.Г. Улучшение калмановской фильтрации переменных состояния // Адаптивные системы автоматического управления. – 2003. – 6 (26).С.38-43.
2. Кикю А.Г. Рева Е.Ю. Компенсация влияния рассогласования начальных условий фильтров переменных состояния // Адаптивные системы автоматического управления. – 2006. – 9 (29).С.55 – 61.

Отримано 02.12.2010 р.