

ОБОБЩЕННАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ МЕТАЛЛООБРАБОТКИ РЕЗАНИЕМ

Введение

В работе [2] рассматривается постановка задачи и пути ее решения для случая управления процессом резания, обеспечивающего заданную точность при максимально достижимой производительности в условиях действующих технологических и энергетических ограничений. Чаще используется более обобщенная постановка задачи управления процессом резания: *обеспечение требуемой точности обработки при достижении минимальной себестоимости* [1,3]. Технологическая себестоимость C_m представляет собой переменную часть себестоимости операции, зависящую от режима резания

$$C_m = (BC_1/vst) [1 + (\tau_{cm} + I/B) / T], \quad (1)$$

где $C_1 = \pi DLh/1000$; D, L – диаметр и длина обрабатываемой заготовки; h – припуск на обработку; I – сумма затрат на период стойкости T , связанных с эксплуатацией инструмента; B – стоимость одной станкоминуты без учета инструментальной составляющей; v, s, t – параметры режима резания скорость, подача и глубина, соответственно; T – период стойкости инструмента; τ_{cm} – время, необходимое для смены инструмента.

Задача управления процессом металлообработки резанием в обобщенной постановке

Задача оптимального управления сводится к поддержанию такого сочетания параметров v, s, t режима резания, при котором достигается минимум себестоимости C_m или максимум оценочной функции J_c :

$$J_c = 1/C_m = vstT / (BT + B\tau_{cm} + I). \quad (2)$$

Предположим, что коэффициенты, входящие в оценочную функцию J_c , для узкого интервала времени достоверны и неизменны, а параметры резания не зависят от времени. Тогда, воспользовавшись степенной аппроксимацией зависимости между стойкостью инструмента и параметрами режима резания и продифференцировав выражение (2) по периоду стойкости T , определяем значение $T_{эс}$, которому соответствует максимум $J_{c_{max}}$:

$$T_{эс} = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\tau_{cm} + \frac{I}{B} \right). \quad (3)$$

Экономическое значение скорости резания v_{ac} , при которой достигается T_{ac} :

$$v_{ac} = c_v / (T_{ac}^m s^{y_v} t^{x_v}). \quad (4)$$

Рассмотрим характер изменения показателя оптимальности при $t = \text{const}$ (v и $s = \text{var}$).

Выражение (4) принимает вид

$$v_{ac} = c_2 / s^{y_v}. \quad (5)$$

Графически оценочная функция в этом случае интерпретируется поверхностью отклика в трехмерном пространстве, представляющей собой объемную модель зависимостей себестоимости от параметров v и s режима резания [1].

С учетом (3) и (5) определяем аналитическое выражение функции себестоимости C_s из уравнения (1):

$$C_s = c_3 / v_{ac} s. \quad (6)$$

Следовательно, оценочная функция (себестоимость) уменьшается с увеличением произведения $v_{ac} s$, связанного функциональной зависимостью (5), то есть выражение (6) справедливо только для тех сочетаний v и s , которые не нарушают условие (6). Совместное решение выражений (5) и (6) позволяет определить характер изменения оценочной функции вдоль линии инструмента, строящейся по выражению (5) и представленной на рис. 1, а наклонной 1. В результате получаем зависимости $C_s^{(v)} = f(v_{ac})$ и $C_s^{(s)} = f(s)$ (на рис. 1,а наклонные 2 и 3 соответственно)

$$\left. \begin{aligned} C_s^{(v)} &= c_3 v (1/y_v - 1) / c_2^{1/y_v} \\ C_s^{(s)} &= c_3 / c_2 s^{1-y_v} \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

При $v_{ac} \rightarrow 0, s \rightarrow \infty$ функция $C_s \rightarrow 0$. Наклонная 2 на рис. 1, а представляет собой геометрическое место расположения частных экстремумов зависимостей $C_s = f(v)$ (кривые 4) при фиксированных значениях подачи s , причем, с увеличением s экстремум функции $C_s = f(v)$ уменьшается, то есть оптимальные режимы резания лежат в области больших подач и малых скоростей резания. Однако, достижимый минимум функции C_s определяется физико-технологическими и техническими ограничениями параметров режимов резания, и область возможных сочетаний v и s ограничена: оптимальным может считаться такой режим резания, при котором наибольшее значение оценочной функции J_c будет находиться на границе допустимых значений v и s по мощности на шпинделе станка, прочности и жесткости элементов упругой системы станок-приспособление-инструмент-деталь (СПИД), энергетическим возможностям привода подачи станка, чистоте поверхности или условиям стружкообразования, виброустойчивости станка. С учетом допустимой мощности N_{cm} на

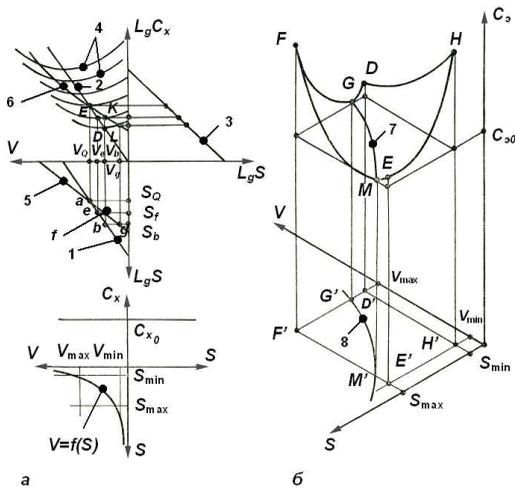


Рис. 1 – Графическое представление частных оптимумов по себестоимости с учетом технологических ограничений (а) и экстремальная поверхность отклика целевой функции (б)

шпинделе станка параметры v и s связаны функциональной зависимостью

$$v = N_{cm}\eta 6120/c_p t^{x_p} s^{y_p} = c_4/s^{y_p}, \quad (8)$$

где η – к.п.д. станка.

На рис. 1,а выражение (8) представлено наклонной 5 – линией станка станка. Пересечение линий 1 (инструмента) и 5 (станка) определяется параметрами резания v_a и s_a , обеспечивающими экономическую стойкость инструмента при максимальной загрузке станка по мощности. В интервале подач $0 < s < s_a$ ограничения по инструменту не позволяют использовать возможности станка по мощности, тогда как при работе в области $s > s_a$ (например, s_b) ограничения по мощности станка не позволяют использовать оптимальным образом возможности по инструменту. Так, в случае $s = s_b$ необходимо либо уменьшить подачу $s_b \rightarrow s_f$, чтобы сохранить скорость резания $v_{ac} = v_b$ с большим частным оптимумом в точке K (линия 6, при этом $C_K < C_G$) на кривой 6, построенной для v_e при $s_f = \text{const}$ с недостижимым оптимумом в точке $E(C_E < C_K)$ из-за ограничений по мощности, либо уменьшить скорость резания $v_b \rightarrow v_g$ при неизменной подаче s_b с затратами $C_L > C_G$ на операцию. Для сравнения величин C_K и C_L необходимо определить характер изменения себестоимости вдоль линии 5 (станка), из которой следует, что для настройки на оптимальный режим резания целесообразно изменять скорость резания, а не подачу, т.е. $v_b \rightarrow v_g$ при $s = s_b$. Последнее согласуется с выводами,

представленными системой уравнений [2]:

$$\left. \begin{aligned} T_q &= [(1/m) - 1] \tau_{c.m}; \\ v_q &= c_v / [(1/m) - 1]^m \tau_{c.m}^m s^{y_v} t^{x_v}; \\ s &= s_{\text{дон}}; t = t_{\text{дон}}; \\ J_{q_{\text{max}}} &= \{ m c_v t^{1-x_v} / [(1/m) - 1]^{m-1} \tau_{c.m}^m \} \times s^{1-y_v} \end{aligned} \right\},$$

где $J_{q_{\text{max}}}$, T_q , v_q – максимальное значение показателя качества обработки и значения обеспечивающих его стойкости инструмента и скорости резания, соответственно; $s_{\text{дон}}$, $t_{\text{дон}}$ – допустимые с учетом ограничений по возможностям оборудования и точности обработки значения подачи и глубины резания; x , y , m – показатели степени.

С учетом силовых ограничений [1-3]

$$Y = P_y / c_y; P_y = c_p t^{x_p} s^{y_p},$$

а также условий минимальной себестоимости (3) и (4), выражение (1) для переменных v , s и t соответственно имеет вид

$$\left. \begin{aligned} C_3^{(v,s)} &= c_1 B \left\{ \begin{aligned} &1 / \left[(P_y / c_p)^{1/x_v} v s^{1-(y_p/x_p)} \right] + \\ &(\tau_{c.m} + H/B) v^{(1/m)-1} s^{(1/m)} [y_v - m - (y_p/x_p)(x_v - m)] / \\ &/ \left[c_v^{1/m} (P_y / c_p)^{(m-x_v)/(m x_p)} \right] \end{aligned} \right\}, \\ C_3^{(v,t)} &= c_1 B \left\{ \begin{aligned} &1 / \left[(P_y / c_p)^{1/y_p} v t^{1-(x_p/y_p)} \right] + \\ &(\tau_{c.m} + H/B) v^{(1/m)-1} t^{(1/m)} [x_v - m - (x_p/y_p)(y_v - m)] / \\ &/ \left[c_v^{1/m} (P_y / c_p)^{(m-y_v)/(m y_p)} \right] \end{aligned} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Экстремальные поверхности, соответствующие выражениям (9), представлены на рис. 1,б поверхностями отклика $EFDH$ и $E'F'D'H'$. Координаты граничных точек: $H (v_{\text{min}}, S_{\text{min}})$; $E (v_{\text{min}}, S_{\text{max}})$; $H' (v_{\text{min}}, t_{\text{min}})$; $E' (v_{\text{min}}, t_{\text{max}})$; $F (v_{\text{max}}, S_{\text{max}})$; $D (v_{\text{max}}, S_{\text{min}})$; $F' (v_{\text{max}}, t_{\text{max}})$; $D' (v_{\text{max}}, t_{\text{min}})$.

Областями управления являются плоскости $v - 0 - s$ и $v - 0 - t$. Пересекая поверхность отклика плоскостями, параллельными плоскости $v - 0 - C_3$, получаем частные оптимумы себестоимости, так как каждая секущая плоскость для соответствующих значений глубины t резания является плоскостью ограничения по подаче s в соответствии с выражениями (9) при $P_y = \text{const} = \text{max}$.

Дифференцируя выражения (9) по скорости, получаем уравнения частных оптимумов

$$\left. \begin{aligned} v_{3c}^{(s)} &= c_v c^{x_v/x_p} / \left[T_{3c}^m P_y^{x_v/x_p} s^{y_v - (y_p x_v/x_p)} \right]; \\ v_{3c}^{(t)} &= c_v c_p^{y_v/y_p} / \left[T_{3c}^m P_y^{y_v/y_p} t^{x_v - (y_v x_p/y_p)} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Зависимость $v_{3c}^{(s)}$ представлена линией GM (кривая 7) на рис. 1,б и представляет собой геометрическое место расположения изображающих точек с минимальными значениями функции $C_3 = f(v, s)$.

Решая попарно выражения (9) и (10), можно проследить характер изменения функции (11) вдоль кривых частных оптимумов:

$$\left. \begin{aligned} C_3^{(s)} &= Bc_1 T_{3c}^m c_p^{(1-x_v)/x_p} / \left[(1-m) c_v P_{y_{\max}}^{(1-x_v)/x_p} s^{n_1/x_p} \right]; \\ C_3^{(t)} &= Bc_1 T_{3c}^m c_p^{(1-y_v)/y_p} / \left[(1-m) c_v P_{y_{\max}}^{(1-y_v)/y_p} t^{n_2/y_p} \right], \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где $n_1 = x_p - y_v x_p - y_p + y_p x_v$; $n_2 = y_p - x_v y_p - x_p + x_p y_v$.

Обычно для сталей (в частности, для стали 45) показатели n_1 и n_2 близки к нулю. Следовательно, величина оптимальной себестоимости операции при обработке резанием с учетом силовых ограничений не зависит от изменения параметров v, s, t и при их оптимальной совокупности не изменяется за цикл обработки. С учетом сказанного выражения (11) принимают вид:

$$C_{3, \text{допт}} = Bc_1 T_{3c}^m / (c_4 P_{y_{\max}}^a), \quad (12)$$

где $a = (1 - x_v)/x_p$ или $a = (1 - y_v)/y_p$; $c_4 = c_v(1 - m)/c_p^a$. Таким образом, выражение (12) представляет собой наименьшую себестоимость $C_{3, \text{допт}}$ операции, которая может быть достигнута при оптимальном управлении параметрами режима резания с учетом силовых ограничений. Анализ выражения (12) показывает, что с увеличением конструкционного коэффициента c_1 (длина, диаметр, снимаемый припуск) повышается $C_{3, \text{допт}}$. Увеличение периода T_{3c} стойкости приводит к увеличению эмпирического коэффициента c_4 , устанавливаемого в результате стойковых и силовых испытаний и зависящего от свойств обрабатываемого материала и режущего инструмента, а применение более дорогого инструмента, увеличивая составляющую I в выражениях (9), способствует возрастанию $C_{3, \text{допт}}$. Вместе с тем, поскольку режущие свойства инструмента, а следовательно, и c_4 при этом увеличиваются, возрастания $C_{3, \text{допт}}$ может и не происходить. Это связано с тем, что влияние c_4 на $C_{3, \text{допт}}$ больше, чем T_{3c} . Действительно, повышение стоимости одной станкоминуты B в зависимости (12) больше, чем составляющей I/B в выражении (9).

Наконец, с увеличением максимально допустимой силы $P_{y_{\max}}$ себестоимость $C_{3, \text{допт}}$ уменьшается; при этом, однако, требуется более мощное, а следовательно, и более дорогое оборудование.

Динамическая модель системы СПИД с исполнительными механизмами

Точность управления упругими перемещениями системы СПИД должна рассматриваться с учетом не только динамических характеристик упругой системы (как это было представлено в работе [2]), но и исполнительных элементов. Рассматривая упругую систему как объект управления (ОУ), на который действуют управляющие (составляющая P_y силы резания) и возмущающее $f(t)$ воздействия, видоизменим приведенную в [2] структуру замкнутой упругой системы станка таким образом, чтобы учесть исполнительный механизм в виде схемы, изображенной на рис. 2.

Вынужденные колебания упругого перемещения Y по нормали к поверхности резания, вызываемые действием возмущающих воздействий

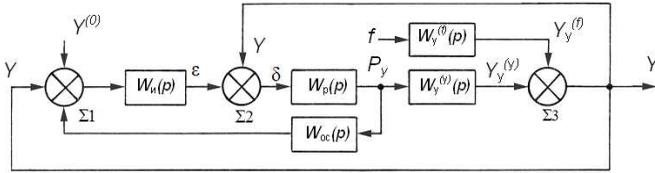


Рис. 2 – Структурная схема динамической системы станка с исполнительным механизмом (а) и техническая реализация положительной обратной связи по силе резания P_y (б).

$f(t)$, приводят к погрешности обработки. Система управления по результатам измерения Y с помощью исполнительного устройства изменяет толщину срезаемого слоя (путем изменения подачи s) на величину Y_u . Передаточные функции элементов упругой системы по управляющему $W_y^{(Y)}(p)$ и возмущающему $W_y^{(f)}(p)$ воздействиям процесса резания $W_p(p)$ и исполнительного устройства $W_u(p)$ имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} W_y^{(Y)}(p) &= Y_y^{(Y)}(p) / P_y(p) = k_y / [T_{2y}p^2 + T_{1y}p + 1]; \\ W_y^{(f)}(p) &= Y_y^{(f)}(p) / f(p) = k_f / [T_{2y}p^2 + T_{1y}p + 1]; \\ W_p(p) &= P_y(p) / \delta(p) = k_p / [T_p p + 1]; \\ W_u(p) &= Y_u(p) / \varepsilon(p) = k_u / [T_u p + 1], \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где $\varepsilon(p) = Y^{(o)}(p) - Y(p)$; $\varepsilon(p)$, $Y^{(o)}(p)$, $Y(p)$, $P_y(p)$, $f(p)$ – операторные изображения соответственно ошибки, управляющего воздействия, регулируемого параметра, составляющей силы резания и возмущающего воздействия; $k_f = k_{1y}/c_y$ – коэффициент передачи упругой системы по возмущению; T_u и k_u – постоянная времени и коэффициент передачи исполнительного устройства; T_p и k_p – постоянная времени стружкообразования и жесткость резания ($k_p = kB$, где $k = \sigma_0 \xi$ – удельная сила резания; B – ширина срезаемого слоя; σ_0 – условный предел текучести обрабатываемого материала; ξ – коэффициент усадки стружки).

Точность работы системы управления характеризуется ошибкой $\varepsilon = \varepsilon^{(Y^{(o)})} + \varepsilon^{(f)}$, причем $\varepsilon^{(Y^{(o)})}$ – ошибка, вызванная управляющим воздействием $Y(t)$; $\varepsilon^{(f)}$ – ошибка, вызванная возмущением $f(t)$:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^{(Y^{(o)})}(p) &= \left[1 + W_p(p) W_y^{(Y)}(p) \right] Y^0(p) / \\ & / \left[1 + W_p(p) W_y^{(Y)}(p) + W_p(p) W_y^{(Y)}(p) W_u(p) \right]; \\ \varepsilon^{(f)}(p) &= W_y^{(f)}(p) f(p) / \\ & / \left[1 + W_p(p) W_y^{(f)}(p) + W_p(p) W_y^{(Y)}(p) W_u(p) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

С учетом выражений (14) система уравнений (15) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^{(Y^0)}(p) &= (b_4 p^4 + b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0) Y^0(p) / \\ &/ (d_4 p^4 + d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p + d_0); \\ \varepsilon^{(f)}(p) &= (c_2 p^2 + c_1 p + c_0) f(p) / \\ &/ (d_4 p^4 + d_3 p^3 + d_2 p^2 + d_1 p + d_0), \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где $d_0 = 1 + k_p k_y + k_u k_y k_p$; $b_0 = 1 + k_p k_y$; $d_1 = b_1 = T_4 + T_p + T_{1y} + T_u k_p k_u$; $d_2 = b_2 = T_p T_u + T_{1y} T_u + T_{2y}$; $d_3 = b_3 = T_p T_{1y} T_u + T_{2y} T_u + T_p T_{2y}$; $d_4 = b_4 = T_p T_{2y} T_u$; $c_0 = k_f$; $c_1 = k_f (T_p + T_u)$; $c_2 = k_f T_p T_u$.

Установившиеся значения ошибок в оригиналах можно представить в виде убывающего ряда

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(Y^0)}(t) &= g_0 Y(t) + g_1 [dY(t)/dt] + \frac{g_2}{2!} [d^2 Y(t)/dt^2] + \dots; \\ \varepsilon^{(f)}(t) &= h_0 f(t) + h_1 [dY(t)/dt] + \frac{h_2}{2!} [d^2 Y(t)/dt^2] + \dots, \end{aligned}$$

где $g_0, g_1, g_2, \dots; h_0, h_1, h_2, \dots$ – коэффициенты ошибок, характеризующие точность работы системы и зависящие от ее структуры. В структуре системы управления (рис. 2,а) значения коэффициентов ошибок определяются соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} g_0 &= b_0/d_0; g_1 = (b_1 - d_1 g_0) d_0; g_2/2 = (b_2 - d_2 g_1 - d_1 g_0) d_0 \dots; \\ h_0 &= c_0/d_0; h_1 = (c_1 - d_1 h_0) d_0; h_2/2 = (c_2 - d_2 h_1 - d_1 h_0) d_0 \dots \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Основную погрешность составляют коэффициенты статической и скоростной ошибок g_0, h_0 и g_1, h_1 , устранение которых позволяет существенно повысить точность управления процессом обработки резанием. Указанная задача решается введением в систему управления упругими перемещениями СПИД дополнительной положительной обратной связи по составляющей P_y силы резания с передаточной функцией $W_{oc}^{(Y)}(p)$ (на рис. 2, а показана пунктирной линией) [3]. В этом случае ошибка $\varepsilon^{(y^0)}(p)$ по управлению $Y^{(o)}$ описывается видом:

$$\varepsilon^{(Y^0)}(p) = \frac{\left[1 - W_p(p)W_u(p)W_{oc}^{(Y)}(p) + W_y^{(Y)}(p)W_p(p) \right] Y^0(p)}{1 - W_p(p)W_u(p)W_{oc}^{(Y)}(p) + W_y^{(Y)}(p)W_p(p) + W_y^{(Y)}(p)W_p(p)W_u(p)} \quad (17)$$

Приравняв числитель выражения (17) к нулю, определим структуру и параметры передаточной функции $W_{oc}^{(Y)}(p)$, при которых устраняется ошибка $\varepsilon^{(Y^0)}(p)$:

$$W_{oc}^{(Y)}(p) = \left[1 + W_y^{(Y)}(p)W_p(p) \right] / [W_p(p)W_u(p)]. \quad (18)$$

Выражение (18) является условием полной инвариантности системы управления по управляющему воздействию $Y^0(t)$, и при его выполнении коэффициенты g_i (где $i = 1, 2, 3 \dots$) равны нулю. Однако, выполнение условия (18), как правило, приводит к физически нереализуемым системам. В то же время, достаточная для практики точность обработки достигается при равенстве нулю только коэффициентов g_0 и g_1 ;

для этого достаточно, чтобы $b_0 = b_1 = 0$. Однако, при $b_1 = 0$ имеет место и $d_1 = 0$, что приводит к потере устойчивости системы. Поэтому для рассматриваемого класса систем достаточно устранить лишь статическую ошибку $g_0 = b_0/d_0 = 0$. Последнее достигается введением положительной обратной связи по силе резания $W_{oc}^{(Y)}(p) = k_{oc}$. При этом $b_1 = 1 + k_p k_y - k_u k_p k_{oc} = 0$, то есть

$$k_{oc} = (1 + k_p k_y) / (k_p k_u). \quad (19)$$

Определим ошибку, вносимую возмущающими воздействиями $f(t)$ с учетом $W_{oc}^{(f)}(p)$

$$\varepsilon^{(f)}(p) = \frac{W_y^{(Y)}(p) [1 - W_p(p)W_u(p)W_{oc}^{(f)}(p)] f(p)}{1 - W_p(p)W_u(p)W_{oc}^{(f)}(p) + W_p(p)W_y^{(f)}(p)W_u(p) + W_y^{(Y)}(p)W_p(p)}. \quad (20)$$

Приравняв числитель выражения (20) к нулю, находим условие полной инвариантности по $f(t)$:

$$W_{oc}^{(f)}(p) = 1 / [W_p(p)W_u(p)] = [(T_p(p) + 1)(T_u(p) + 1)] / (k_p k_u). \quad (21)$$

Условие (21) выполняется, если структура передаточной функции обратной связи определяется выражением $W_{oc}^{(f)}(p) = k_{oc} + T_{oc}p$, а параметры выбираются из условий

$$c_0 = 1 - k_{oc} k_p k_u = 0, c_1 = T_p + T_u - k_p k_u T_{oc} = 0,$$

причем

$$k_{oc} = 1 / (k_p k_u); T_{oc} = (T_p + T_u) / (k_p k_u). \quad (22)$$

Проведенные выше и в [2] комплексные исследования, а также полученные в [2] (зависимости (12), (18 – 21), (25), (27), (32) – (38)) и в данной статье выражения (1) – (12) и построенные в координатах v, s, t области оптимального управления процессами обработки металлов резанием позволяют перейти к алгоритмизации и построению реализующих алгоритмы систем оптимального управления. Вместе с тем, приведенные выше выражения (17) – (22) позволяют реализовать условия обеспечения минимальных ошибок, вносимых управлением и возмущением на состояние процессами резания.

Выводы

Рассмотренная постановка и проведенные исследования позволяют решать задачи управления процессами металлообработки резанием с обеспечением требуемой точности при достижении минимальной себестоимости в условиях максимально достижимой при этом производительности.

Литература

1. Ямпольский Л.С., Полищук М.Н. Оптимизация технологических процессов в гибких производственных системах. – К: Техника, 1988. – 175 с.
2. Ямпольский Л.С., Пуховский Е.С., Полищук М.Н. Автоматизация управления процессами металлообработки резанием // Адаптивні системи автоматичного управління. 2008. 12(32).— С. 152–159
3. Jampolskiĵ L.S., Taranenko V.D., Jevdokimov V.D. Automatizovane systemy riadenia procesu obrrbania. – Bratislava: Alfa, 1980. – 80 p.

Получено 10.11.2008