

## **ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ АСТАТИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА САР ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ ГИДРОТУРБИНЫ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ**

*Анотація.* В статье описана структура и принцип действия астатического регулятора САР Ч и М гидротурбины, на основе критерия минимума интеграла от произведения абсолютного значения ошибки на время выполнены параметрический синтез и оптимизация прецизионного регулятора САРЧ и М гидротурбины.

*Ключевые слова.* Гидроагрегат, астатический регулятор, математическая модель, параметрический синтез.

### **Введение**

Гидравлические турбины ГЭС и ГАЭС работают в режиме резко переменных нагрузок и участвуют в покрытии пиковых и полупиковых суточных графиков. В связи с этим, основным требованием, предъявляемым к системам регулированием гидравлических турбин, является быстродействие и точность. Эти параметры в значительной степени влияют на уровень вырабатываемой мощности, поддержания необходимого баланса в энергосистеме за счет поддержания частоты и мощности.

Существующие системы регулирования гидравлических турбин основаны на ПИД-регуляторах, которые обладают рядом достоинств и недостатков. Среди достоинств можно отметить относительную простоту реализации, а к недостаткам относится недостаточная точность в статических и динамических режимах работы. Устранение этого недостатка видится в принципиально новых подходах к созданию систем управления частоты и мощности гидравлических турбин, основанных на решении обратных задач динамики.

Как показали исследования [1] такие системы значительно повышают точность регулирования частоты и мощности гидравлических турбин в статических и динамических режимах, что и определяет актуальность данной работы.

При создании САР Ч и М основным этапом является параметрический синтез регулятора, от точности выполнения которого зависят основные параметры указанные выше.

**Параметрический синтез астатического регулятора САР Ч и М гидроагрегата.**

Параметрический синтез прецизионного регулятора осуществлялся при помощи выбора стандартных характеристических полиномов, которые соответствовали следующему принятому функционалу оптимизации [2]:

Общий оптимизирующий функционал:

$$I = \min \int |\varepsilon(t)| dt \quad (1)$$

Такого функционал обеспечивает компромисс между статической и динамической точностью, при этом учитывается технологические ограничения: ограничения управляющего напряжения на входе(электрогидравлический усилитель) и ограничения параметров электрогидравлического привода по давлениям, расходу и потребляемой мощности [2].

Технологические ограничения следующие:

- Ограничение управляющего напряжения на входе в электрогидравлический усилитель  $|U_y| \leq U_{\max}$ ;
- Ограничение параметров электрогидравлического привода:

$$P \leq P_{\max}; P_{\pi} \leq P_{\pi,\max}; N \leq N_{\max};$$

- Желаемый характеристический полином:

$$D^*(S) = S^{2N} + \sum_{i=0}^{2N-1} d_i^* S^i = 0; (n=8; k=1; N=n+k=9). \quad (2)$$

Матричное соотношение для определения оптимальных значений параметров регулятора:

Схема регулятора третьего порядка

$$\begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ r_0 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & b_0 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & b_0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_0 & 0 & 0 & b_2 & b_1 & b_0 & 0 \\ a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 & b_2 & b_1 & b_0 \\ 1 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 & b_2 & b_1 \\ 0 & 1 & a_2 & a_1 & 0 & 0 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_{h0} \\ a_{h1} \\ a_{h2} \\ a_{h3} \\ a_{h4} \\ a_{h5} - a_0 \\ a_{h6} - a_1 \\ a_{h7} - a_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Схема регулятора второго порядка

$$\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ r_0 \\ r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & b_0 & 0 & 0 \\ a_0 & 0 & 0 & b_1 & b_0 & 0 \\ a_1 & a_0 & 0 & b_1 & b_0 & 0 \\ 1 & a_1 & a_0 & 0 & b_1 & b_0 \\ 0 & 1 & a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{h0} \\ a_{h1} \\ a_{h2} \\ a_{h3} \\ a_{h4} - a'_0 \\ a_{h5} - a'_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Коекфицієнти регулятора представим в лінеаризованномвиде [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{\Gamma\Gamma} = -\frac{1}{T_{\Gamma\Gamma}}\omega_{\Gamma\Gamma} + \frac{K_{\text{мд}}}{T_{\Gamma\Gamma}}Q - \frac{\left(K_{\text{МН}}^N\right)_{\text{пр}}}{T_{\Gamma\Gamma}}N \\ \dot{Q} = -\frac{1}{T_{\text{вод}}}Q + \frac{K_Z^Q}{T_{\text{вод}}}K_{X_{\text{CM}}}^Z X_{\text{CM}} \\ \dot{X}_{\text{CM}} = V_{\text{CM}} \\ V_{\text{CM}} = -\frac{2\xi}{T_{\text{CM}}^M}V_{\text{CM}} - \frac{1}{\left(T_{\text{CM}}^M\right)^2}X_{\text{CM}} + \frac{K_{\Delta P}^{X_{\text{CM}}}}{\left(T_{\text{CM}}^M\right)^2}\Delta P \\ \dot{\Delta P} = -\frac{K_{\dot{X}_P}}{T_{\Gamma}^{\text{CM}}}V_{\text{CM}} - \frac{1}{T_{\Gamma}^{\text{CM}}}\Delta P + K_{X_{\text{O3}}}^P X_{\text{O3}} \\ \dot{X}_{\text{O3}} = V_{\text{O3}} \\ \dot{V}_{\text{O3}} = -\frac{1}{\left(T_{\text{ЭГП}}^M\right)^2}X_{\text{O3}} - \frac{2\xi_{\text{ЭГП}}}{T_{\text{ЭГП}}^M}V_{\text{O3}} + \frac{K_{X_{\text{O3}}}^i}{\left(T_{\text{ЭГП}}^M\right)^2}i \\ \dot{i} = -\frac{1}{T_{\text{ЭГП}}^{\mathcal{D}}}i + \frac{K_{iu}}{T_{\text{ЭГП}}^{\mathcal{D}}}U_y \end{array} \right. \quad (5)$$

По результатам идентификации экспериментальных данных улучшена упрощенная математическая модель контура регулирования по основным существенным факторам, влияющим на точность САР Ч и М:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}_3 = V_3, \\ T_3^2 \dot{V}_3 + 2\xi_3 T_3 V_3 + X_3 = K_{xi} K_{x03}^i \cdot i; \\ T_{\text{гц}}^X \dot{X}_{\text{гц}} + X_{\text{гц}} = K_x K_{03} X_3 \end{array} \right. \quad (6)$$

или в векторно-матричной форме:

$$\dot{\vec{X}} = A\vec{X} + b\vec{U}, \quad (7)$$

где

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X_{\text{гц}}; X_3; V_3 \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

$\vec{X}$  – вектор параметров состояния объекта;

$X_{\text{гц}}$  – перемещение штока гидроцилиндра (сервомотора);

$X_3$  и  $V_3$  – перемещение и скорость отсечного золотника.

$$a = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

– матрица об'єкта с елементами

$$\begin{aligned} A_{11} &= -\frac{1}{T_{\text{гц}}^x}; \quad A_{12} = \frac{K_x}{T_{\text{гц}}^x}; \quad A_{23} = 1; \quad A_{32} = -\frac{1}{T_3^2}; \quad A_{33} = -\frac{2\xi_3}{T_3}; \\ A_{13} &= A_{21} = A_{22} = A_{31} = 0; \quad \vec{U} = i \end{aligned}$$

$\vec{U}$  – вектор управляючих відействій;

$$\begin{aligned} b &= [0; 0; b_i]^T \\ b_i &= K_{xi} K_{x03}^i / T_3^2 \end{aligned} \quad (10)$$

– матрица (вектор) управління.

Ориєнтовочні значення параметрів математичної моделі (6) (посто-янних времени, коєфіцієнтів демпфування і статичних коєфіцієнтів передачі), отримані в результаті оціночних статичних і динаміческих розрахунків, складають:

$$\begin{aligned} T_3 &= 4,8 \cdot 10^{-2} \text{ c}; \quad \xi_3 = \xi_{\text{ЭМП}} = 1; \quad K_{x03}^i = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ м / A}; \quad T_{\text{гц}}^x = 103,25 \text{ c}; \\ K_x &= 4572,5; \quad K_{xi} = 15 \text{ A / м}. \end{aligned}$$

Ідентифікація (уточнення параметрів) исходної математичної моделі виконувалась методом комп'ютерного експеримента путем варіювання па-раметрів  $T_3$ ,  $T_{\text{гц}}^x$  до удовлетворительного совпадення розрахункових і експеримен-тальних переходних і частотних характеристик системи с традиційним регу-лятором, формуючим закон управління вида

$$i = [(X_{\text{гц}}^3 - X_{\text{гц}}) K_{xi} K_1 - X_{03} K_{xi}] K_2 \quad (11)$$

В результаті комп'ютерного експеримента установлено, что удовлетво-рительне совпадення розрахункових і експериментальних динаміческих характе-ристик системи має місце при наступних значеннях параметрів математиче-скої моделі:

$$\begin{aligned} T_3 &= 2 \cdot 10^{-2} \text{ c}; \quad \xi_3 = \xi_{\text{ЭМП}} = 1; \quad K_{x03}^i = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ м / A}; \quad T_{\text{гц}}^x = 115 \text{ c}; \\ K_x &= 4572,5; \quad K_{xi} = 15 \text{ A / м}. \end{aligned}$$

Таким образом, математична модель (6) при отриманих в результаті ідентифікації значеннях параметрів є достатньо адекватною і може використовуватися для синтезу прецизіонного багаторівневого регулятора електрогидравлического виконавчого механізму.

Передаточная функция гидравлического исполнительного механизма представляется в виде:

$$W_1(S) = \frac{X_{\text{гц}}(S)}{i_y(S)} = \frac{B(S)}{A(S)} = \frac{b_1 S + b_0}{a_{3F} S^3 + a_{2F} S^2 + a_{1F} S + a_{0F}}, \quad (12)$$

где  $b_1 = 0$ ,  $b_0 = K_{x03}^i K_x K_{xi}$ ,  $a_{3F} = T_3^2 T_{\text{гц}}^x$ ,  $a_{2F} = 2\xi_3 T_3 T_{\text{гц}}^x$ ,  $a_{1F} = 2\xi_3 T_3 T_{\text{гц}}^x$ ,  $a_{0F} = 0$

Приведенная передаточная функция эквивалентного (обладающего астатизмом первого порядка;  $k = 1$ ) объекта управления третьего порядка

$$W'_1(S) = \frac{B(S)}{S^k A(S)} = \frac{B'(S)}{A'(S)} = \frac{b_1 S + b_0}{a_{3F} S^4 + a_{2F} S^3 + a_{1F} S^2 + a_{0F} S}, \quad (13)$$

где  $b_0' = b_0 / a_{3F}$ ;  $a_3 = 1$ ;  $a_2 = a_{2F} / a_{3F}$ ;  $a_1 = a_{1F} / a_{3F}$ ;  $a_0 = a_{0F} / a_{3F}$ .

Решение обратной задачи динамики для эквивалентного объекта управления дает следующие выражения для закона управления:

а) в виде передаточной функции

$$W_p(S) = \frac{i_y(S)}{\varepsilon(S)} = \frac{r_0 + r_1 S + r_2 S^2 + r_3 S^3}{S(C_0 + C_1 S + C_2 S^2 + C_3 S^3 + S^4)}; \quad (14)$$

б) в дифференциальной форме

$$i_y^{(n+2k)}(t) + \sum_{j=0}^n C_j i_y^{(j+k)}(t) = \sum_{j=0}^n r_j \varepsilon^{(j)}, \quad (15)$$

или

$$\begin{aligned} i_y^{(5)}(t) + C_0 i_y^{(1)}(t) + C_1 i_y^{(2)}(t) + C_2 i_y^{(3)}(t) + C_3 i_y^{(4)}(t) = \\ = r_0 \varepsilon(t) + r_1 \varepsilon^{(1)}(t) + r_2 \varepsilon^{(2)}(t) + r_3 \varepsilon^{(3)}(t), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $n = 3$  – динамический порядок системы;  $k = 1$  – принятый порядок астатизма регулятора.

Алгоритм управления универсального астатического регулятора, построенного на основе решения обратной задачи динамики в канонической форме имеет вид:

$$\begin{cases} i_1' = i_2, \\ i_2' = i_3, \\ i_3' = i_4, \\ i_4' = i_5, \\ i_5' = -C_0 i_2 - C_1 i_3 - C_2 i_4 - C_3 i_5 + \varepsilon, \\ U_y(t) = r_0 i_1 + r_1 i_2 + r_2 i_3 + r_3 i_4; \end{cases} \quad (17)$$

Структурная схема регулятора, соответствующего закону управления (3)-(17), приведена на рис. 1.

Прецизіонний астатический регулятор гидротурбіни, построений на реченні обратних задач динаміки, состоїт із послідовательно соединеного задатчика 1, електронного регулятора 2, блока представлення переменного коефіцієнта усиління 3, сервоклапаны и гидравлического двигуна 4, датчика обратной связи 5 и блока корекції показателей датчика обратной связи 6. Електронный регулятор 2 включает последовательно соединенные сумматор 7 с пятью входами, пять інтеграторов (8, 9, 10, 11, 12), сумматор 13 с четырьмя входами, а также восемь пропорціональных (масштабных элементов 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21) - с помощью которых организовано четыре отрицательных обратных связей (масштабные элементы 14, 15, 16, 17) и четыре положительные связи (масштабы элементы 18, 19, 20, 21) [1].

Електрогидравлический следящий привод работает следующим образом: заданная программа работы, сформирована в задатчика 1 в виде задаваемые послідовельности електронных сигналов проходить через електронний регулятор 2, где формируется закон управления (17) на основе разрешения обратной задачи динаміки об'єкта управління. Сигнал поступает на дополнительное електронное корректирующее устройство, которое обеспечит реализацию переменного коефіцієнта усиління контура управління, а именно: высокий (двух- и трехкратный от номинального) коефіцієнт усиління в диапазоне малых смещений об'єкта от номинального положения с целью компенсации погрешностей, обусловленных статическими нелинейными характеристиками (нечувствительность елементов, сухое трение, люфты и др.) [1].

Практическая реализация закона управления может быть осуществлена путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (17) в микропроцессорном устройстве цифровой системы управления или путем моделирования при помощи аналоговых средств управления в соответствии со структурной схемой, приведенной на рис. 1.

При использовании законов управления (3)-(17) передаточная функция замкнутой системы по задающему воздействию и по ошибке могут быть представлены в виде:

$$W(S) = \frac{X_{\text{ГЦ}}(S)}{X_{\text{ГЦ}}^3(S)} = \frac{R(S)}{D(S)} B(S), \quad (18)$$

$$W_\varepsilon(S) = \frac{\varepsilon(S)}{X_{\text{ГЦ}}^3(S)} = \frac{C(S)}{D(S)} A(S), \quad (19)$$

где:

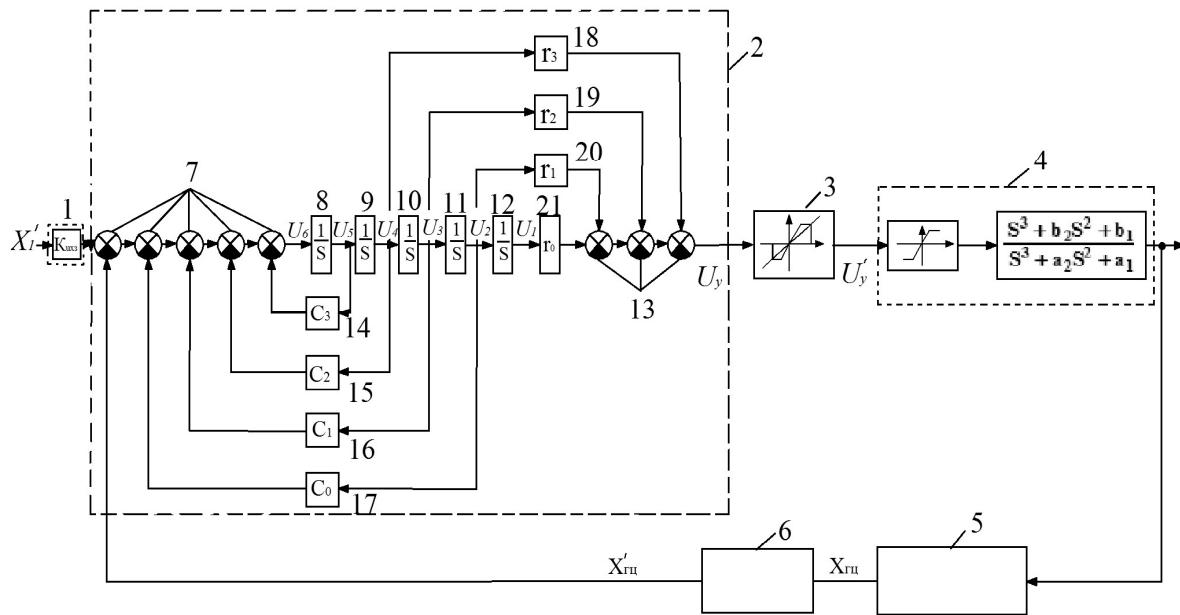
$$A(S) = a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_0, \quad (20)$$

$$B(S) = b_2 S^3 + b_1 S + b_0, \quad (21)$$

$$C(S)=S^3 + C_2 S^2 + C_1 S + C_0, \quad (22)$$

$$D(S)=S^6 + d_5 S^5 + d_4 S^4 + d_3 S^3 + d_2 S^2 + d_1 S + d_0 \quad (23)$$

$$R(S)=r_2 S^2 + r_1 S + r_0; \quad (24)$$



**Рис. 1 – Структурная схема астатичного регулятора, построенного на основе решения обратной задачи динамики для объекта первого порядка**

В выражениях (20)-(24)

$d_i (0, \dots 5)$  – коэффициент характеристического полинома замкнутой системы;

$C_j (j = 0, \dots 2)$  и  $r_m (m = 0, \dots 2)$  – коэффициенты регулятора.

Полиномиальное уравнение для определения коэффициентов регулятора

$$A'(S)C(S) + B(S)R(S) = D^*(S), \quad (25)$$

где

$$A(S) = a_3 S^4 + a_2 S^3 + a_1 S^2 + a_0 S, \quad (26)$$

$$B(S) = b_2 S^2 + b_1 S + b_0, \quad (27)$$

$$C(S) = S^4 + C_3 S^3 + C_2 S^2 + C_1 S + C_0, \quad (28)$$

$$R(S) = r_3 S^3 + r_2 S^2 + r_1 S + r_0, \quad (29)$$

$$D^*(S) = S^8 + d_7^* S^7 + d_6^* S^6 + d_5^* S^5 + d_4^* S^4 + d_3^* S^3 + d_2^* S^2 + d_1^* S + d_0^*; \quad (30)$$

Численные значения коэффициентов регулятора, определенные из соотношений (25)-(30) при исходных значениях параметров математической модели (6)

и корня характеристического уравнения  $\omega_0$  составляют:

$$C_0 = 1,07 \cdot 10^7; r_0 = 2,75 \cdot 10^5; C_1 = -1,79 \cdot 10^5; r_1 = -0,3 \cdot 10^5;$$

$$C_2 = 3,1 \cdot 10^3; r_2 = -2,67 \cdot 10^{10}; C_3 = -37,6; r_3 = -3,94 \cdot 10^5.$$

Выражения для передаточных функций системы регулирования (разомкнутой, замкнутой и по ошибке) имеют вид:

$$W_p(S) = \frac{X_{\text{гц}}(S)}{\Delta X(S)} =$$

$$= \frac{b_3 S^3 + b_2 S^2 + b_1 S + b_0}{a_{p8} S^8 + a_{p7} S^7 + a_{p6} S^6 + a_{p5} S^5 + a_{p4} S^4 + a_{p3} S^3 + a_{p2} S^2 + a_{p1} S + a_{p0}}$$

$$W_3(S) = \frac{X_{\text{гц}}(S)}{X_{\text{гц}}^3(S)} =$$

$$= \frac{b_3 S^3 + b_2 S^2 + b_1 S + b_0}{a_{38} S^8 + a_{37} S^7 + a_{36} S^6 + a_{35} S^5 + a_{34} S^4 + a_{33} S^3 + a_{32} S^2 + a_{31} S + a_{30}}$$

$$W_3(S) = \frac{X_{\text{гц}}(S)}{X_{\text{гц}}^3(S)} =$$

$$= \frac{b_3 S^3 + b_2 S^2 + b_1 S + b_0}{a_{38} S^8 + a_{37} S^7 + a_{36} S^6 + a_{35} S^5 + a_{34} S^4 + a_{33} S^3 + a_{32} S^2 + a_{31} S + a_{30}}$$

где:

$$b_3 = K_{xi} K_{x03}^i K_{xr3}; b_2 = K_{xi} K_{x03}^i K_{xr2}; b_1 = K_{xi} K_{x03}^i K_{xr1}; b_0 = K_{xi} K_{x03}^i K_{xr0}. \quad (34)$$

$$a_{p8} = a_{H8} = 1, a_{p7} = a_{H7} = 5,2\omega_0, a_{p6} = a_{H6} = 12,8\omega_0^2, a_{p5} = a_{H5} = 21,6\omega_0^3,$$

$$a_{p4} = a_{H4} = 25,75\omega_0^4, a_{p3} = a_{H3} = 22,2\omega_0^5, a_{p2} = a_{H2} = 13,3\omega_0^6, a_{p1} = a_{0c0}, a_{p0} = 0,$$

$$a_{38} = a_{\varepsilon8} = a_{P8}, a_{37} = a_{\varepsilon7} = a_{P7}, a_{36} = a_{\varepsilon6} = a_{P6}, a_{35} = a_{\varepsilon5} = a_{P5}, a_{34} = a_{\varepsilon4} = a_{P4},$$

$$a_{33} = a_{p3} + b_3, a_{32} = a_{p2} + b_2, a_{31} = a_{p1} + b_1, a_{30} = a_{p0} + b_0,$$

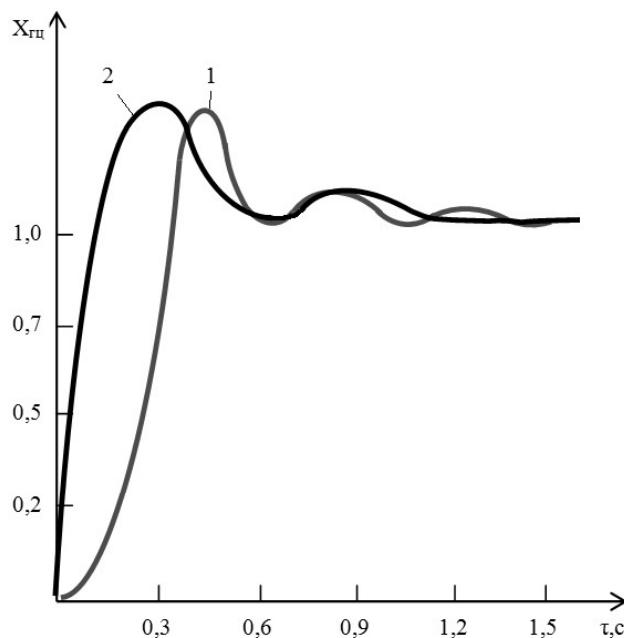
$$a_{\varepsilon3} = a_{33} + b_3, a_{\varepsilon2} = a_{32} + b_2, a_{\varepsilon1} = a_{31} + b_1, a_{\varepsilon0} = a_{30} + b_0;$$

В статическом режиме ( $S=0$ ) передаточная функция замкнутой системы

$$W_3(S) = \frac{X_{\text{гц}}(S)}{X_{\text{гц}}^3(S)} = \frac{b_0}{a_{30}} = \frac{b_0}{a_{p0} + b_0} = \frac{b_0}{b_0} = 1.$$

Это означает, что статическая ошибка системы с синтезированным регулятором равна нулю, несмотря на наличие перетечек рабочей жидкости в сервомоторе. Наличие 1% внутренних перетечек обуславливает статическую ошибку регулирования положения сервомотора до 0,1%. Таким образом, предложенный регулятор делает систему регулирования астатической и позволяет повысить ее точность на 0,1 %.

На рис. 2 приведены переходные характеристики базового объекта и объекта с предложенным регулятором, параметры которого оптимизированы по критерию минимума интеграла от произведения абсолютного значения ошибки на время.



*Рис. 2 – Сравнение переходных характеристик  
базового объекта и объекта с предложенным регулятором*

Система с предложенным регулятором имеет время первого согласования 0,12 с и время регулирования 0,7 с, а базовый объект, соответственно, 0,3 с и 1,5 с. Таким образом, предложенный регулятор обеспечивает более чем двукратное повышение быстродействия по сравнению с базовым вариантом. При этом максимальное перерегулирование в системе с предложенным регулятором на 12-15 % меньше, чем в базовом варианте, что свидетельствует о более высоком запасе устойчивости.

## Выводы

Разработанный регулятор способен обеспечить повышение точности регулирования частоты и мощности гидроагрегатов гидравлических электростанций (и, соответственно, стабильности частоты производимой электроэнергии) в 3-5 раз (с 0,3 до 0,1-0,05%) и доведение этих показателей до уровня международных стандартов.

На основе критерия минимума интеграла от произведения абсолютного значения ошибки на время выполнены параметрический синтез и оптимизация прецизионного регулятора САРЧ и М гидротурбины.

### **Список использованной литературы**

1. Г. И. Канюк Прецизионная система автоматического регулирования гидротурбины / Г. И. Канюк, А. Ю. Мезеря, В. Е. Мельников // *Вісник НТУ «ХПІ».* – 2015. – № 17. – С. 91-96.
2. Мельников В. Е. Параметрический синтез астатического регулятора САР частоты вращения гидротурбины на основе решения обратной задачи динамики [Текст] \* / В. Е. Мельников // *Материалы ХХIII межд. науч. конф. (автоматика-2016).* – Суми, 2016. – С. 94 –95.
3. Канюк Г. И. Модели и методы структурного и параметрического синтеза прецизионных электрогидравлических следящих систем автоматизированных испытательных стендов:дис. ... д-ра техн. наук. – Харків. –2009 г. – С. 425-439.