

УДК 621.865.8(031)

М. М. Поліщук

## **ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ КРОКУЮЧОГО РОБОТА**

*Анотація:* Запропоновано вдосконалений метод багаторівневої оптимізації параметрів крокуючого робота. Відмінністю від відомих методів оптимізації ієрархічних систем є наявність функціонального зв'язку між критеріями оптимізації різних рівнів технічної системи, що представлена у вигляді крокуючого робота довільної орієнтації.

*Ключові слова:* мобільні роботи, крокуючі механізми, роботи вертикального переміщення.

### **Вступ**

Відмінність робіт вертикального переміщення, а точніше мобільних робіт, що рухаються по поверхні довільної орієнтації, полягає в тому, що вони оснащені системою втримання робота на поверхні переміщення для подолання гравітаційної складової динамічного навантаження. Саме тому найважливішою задачею проектування подібних робіт є узгодження параметрів трансмісії робота з режимами технологічного та транспортного навантаження. Ефективне вирішення вказаної задачі можливо у разі представлення робота як багаторівневої технічної системи, інакше кажучи ієрархічної системи з наявністю функціонального зв'язку між критеріями оптимізації пристроїв різних рівнів, а саме підсистем утримання на поверхні переміщення, трансмісії, приводу та технологічного оснащення.

### **Аналіз досліджень і публікацій**

Задачі моделювання та оптимізації параметрів робото-технологічних комплексів розглядалися в роботах [1, 2], але тільки відносно гнучких виробничих систем, в яких експлуатуються традиційні промислові роботи. Для окремих рівнів такої технічної системи, як роботи вертикального переміщення, можуть бути застосовані різноманітні методи [3] без зв'язку між параметрами різних рівнів. В роботі [4] розглянуті методи моделювання ієрархічних багаторівневих системи, де які з них можливо пристосувати для вирішення задачі оптимізації, в тому числі, і параметрів мобільних робіт. Але розглянуті методи носять загальний характер, що ускладнює їх застосування безпосередньо у якості інженерних методик проектування. Тому слід вважати актуальними дослідження, що спрямовані на створення методу оптимізації параметрів такої ієрархічної системи, як мобільний робот довільної орієнтації.

### Сутність методу оптимізації

1. Будь-яка технічна система (обладнання або процес) розбиваються на кілька рівнів, наприклад на три умовних рівні. Під рівнями маються на увазі функціонально пов'язані технологічні пристрої чи режими процесу. В даному випадку це параметри крокуючого робота довільної орієнтації.

2. Для кожного рівня записується цільова функція, яка відображає критерій оптимальності, функціонал і його змінні. На змінні накладаються обмеження згідно умов експлуатації технічної системи та її призначення.

3. Відзнака методу полягає в тому, що при запису цільових функцій кожного рівня системи, критерій оптимальності попереднього рівня входить у цільову функцію наступного рівня у вигляді змінної або константи.

У загальному виді для будь-якої технічної системи, розбитої на три рівні, викладене вище виглядає наступним чином. Цільова функція 1-го рівня:

$$F_1(\bar{X}_1) = f_1(\bar{X}_1) \rightarrow opt, \quad (1)$$

де  $\bar{X}_1$  – змінні параметри 1-го рівня, тобто його технічні характеристики або параметри. Цільова функція 2-го рівня:

$$F_2(\bar{X}_2, \bar{f}_1) = f_2(\bar{X}_2, \bar{f}_1) \rightarrow opt \quad (2)$$

де:  $\bar{X}_2$  – змінні параметри 2-го рівня;  $\bar{f}_1$  – критерій оптимальності попереднього, тобто 1-го рівня, який тепер використовується як змінний параметр на другому рівні системи. Цільова функція 3-го рівня:

$$F_3(\bar{X}_3, \bar{f}_2) = f_3(\bar{X}_3, \bar{f}_2) \rightarrow opt \quad (3)$$

де:  $\bar{X}_3$  – змінні параметри 3-го рівня;  $\bar{f}_2$  – критерій оптимальності попереднього 2-го рівня, який використовується як змінний параметр на 3-ім рівні системи.

Таким чином, вираження (1), (2) і (3) зв'язують змінні параметри кожного рівня із критеріями оптимальності попереднього рівня технічної системи. Такий метод оптимізації дозволяє погодити технічні параметри різних пристроїв, що входять у технічну систему, і знайти принаймні квазіоптимальні значення їх параметрів.

### Розв'язок задачі оптимізації

У якості ієрархічної багаторівневої системи розглянемо крокуючий робот вертикального переміщення [5, 6], який містить підсистему утримання на поверхні переміщення у вигляді вакуумних захватів, трансмісію з накопичувачами потенціальної енергії та перетворення її у кінетичну енергію руху, а також приводи педіпуляторів, тобто крокуючих механізмів. Для оптимізації цільових функцій кожного окремого рівня застосовуємо класичні методи, а відмінність запропонованого методу проявляється у взаємному зв'язку між критеріями та параметрами, що характеризують кожний наступний рівень системи.

За цільову функцію 1-го рівня прийемо силу  $Q$  вакуумного захвату, що утримує робот на поверхні переміщення, яку обчислюємо за формулою

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} K_S (p_a K_a - p_v) K \rightarrow \max \quad (4)$$

при обмеженнях:  $(25 \leq d \leq 100)10^{-3}$

$$0,9 \leq K_S \leq 1$$

$$(50 \leq p_v \leq 80) \times 10^3$$

$$0,65 \leq K \leq 0,85$$

де:  $d$  – діаметр зони вакуумування під присосом, (м);  $\pi d^2/4$  – площа, що обмежена внутрішнім контуром присосу ( $m^2$ );  $K_S$  – коефіцієнт зменшення площі присосу внаслідок деформації ущільнення;  $p_a = 101 \times 10^3$  (Па) – атмосферний тиск;  $p_v$  (Па) – тиск усередині камери присосу;  $K_a$  – коефіцієнт, яким ураховують зміни атмосферного тиску ( $K_a = 0,9$ );  $K$  – коефіцієнт, яким ураховують приплив повітря в місці контакту ущільнення камери (присосу) з поверхнею переміщення робота.

Оскільки накладаються обмеження окремо на кожну незалежну змінну і відсутні умови, які б пов'язували параметри між собою, то для знаходження оптимального значення цільової функції використаємо відомий метод координатної оптимізації. Знайдемо частинні похідні по кожній незалежній змінній:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial K} &= \frac{\pi d^2}{2} K_S (p_a K_a - p_v); \quad \frac{\partial Q}{\partial d} = \frac{\pi d}{2} K_S (p_a K_a - p_v) K; \\ \frac{\partial Q}{\partial K_S} &= \frac{\pi d^2}{2} (p_a K_a - p_v) K; \quad \frac{\partial Q}{\partial K_a} = \frac{\pi d^2}{2} K_S (p_a - p_v) K; \\ \frac{\partial Q}{\partial p_v} &= -\frac{\pi d^2}{2} K_S (p_a K_a) K. \end{aligned} \quad (5)$$

Відомо, як що функція, яка оптимізується, диференційована, то для знаходження точок підозрілих на екстремум обчислюємо частинні похідні, кожну з них прирівнюємо до нуля і, розв'язавши систему рівнянь, знаходимо координати критичних точок. Обчислюємо значення функції у критичних точках і на границі області та робимо висновок щодо досягнення функцією глобального максимуму або мінімуму.

Жодна з похідних не дорівнює нулю ні в середині області значень змінних параметрів, ні на границі області, а тому цільова функція  $Q$  досягає екстремальних значень на границі області зміни параметрів. Перші чотири похідних додатні, а тому цільова функція  $Q$  зростає при зростанні відповідних змінних. Остання похідна від'ємна і функція  $Q$  зростає при зменшенні тиску  $p_v$  усередині камери при-

сосу. Отже максимальне і мінімальне значення цільової функції дорівнюють:

$$Q_{\max} = \frac{\pi d_{\max}^2}{4} K_S^{\max} (p_a K_a^{\max} - p_v^{\min}) K_{\max};$$

$$Q_{\min} = \frac{\pi d_{\min}^2}{4} K_S^{\min} (p_a K_a^{\min} - p_v^{\max}) K_{\min}; \quad (6)$$

$$Q_{\min} \leq Q \leq Q_{\max}.$$

Таким чином, максимально можлива зсувна сила  $F_T$  зчеплення з поверхнею переміщення дорівнює

$$F_T = \mu Q_{\max}, \quad (7)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт зчеплення (коефіцієнт тертя ковзання) присоса з поверхнею переміщення. Від сили (7) залежить максимальна загальна маса  $m_2$  робота:

$$F_T > \frac{1}{2} m_2 g \cos(45^\circ) \Rightarrow m_2 < \frac{2\sqrt{2}\mu Q_{\max}}{g}. \quad (8)$$

Сила зчеплення впливає також на допустиме значення жорсткості  $j$  пружного елемента, що накопичує потенціальну енергію та перетворює її на кінетичну енергію руху, тому що повинна виконуватись нерівність

$$F_T > J_{\max} \Rightarrow \mu Q_{\max} > P_{\min} + jR_2(1 - \cos(45^\circ)), \quad (9)$$

де:  $P_{\min}$  – мінімальне значення попередньо стиснення пружного елемента,  $N$ ;  $R_2$  – довжина ноги робота у вільному стані (в даному випадку  $R_2 = 0,2m$ );  $\beta = 45^\circ$  – кут повороту ноги робота.

З виразу (9) знаходимо значення жорсткості пружного елемента

$$j < \frac{\mu Q_{\max} - P_{\min}}{R_2(1 - \cos(45^\circ))}, \quad (10)$$

Згідно запропонованого методу на підставі виразу (2), тобто на другому рівні даної технічної системи, при переміщенні робота на першому етапі  $0 \leq \beta_1 \leq 45^\circ$  однією з цільових функцій є сила  $f$  опору рухові від пружного елемента:

$$f = J \sin(45^\circ - \beta_1) = P_{\min} \sin(45^\circ - \beta_1) + jR_2 \left( 1 - \frac{\cos 45^\circ}{\cos(45^\circ - \beta_1)} \right) \sin(45^\circ - \beta_1) \rightarrow \min, \quad (11)$$

де  $j$  – жорсткість пружини:  $1000 \leq j \leq 4000 \left( \frac{N}{m} \right)$ .

Очевидно, що при зростанні жорсткості пружного елемента цільова функція також зростає. Щоб оцінити поведінку цільової функції при зміні кута  $\beta_1$  повороту ноги робота знайдемо похідну

$$\frac{df}{d\beta_1} = -(P_{\min} + jR_2) \cos(45^\circ - \beta_1) + jR_2 \left( \frac{\cos 45^\circ}{\cos^2(45^\circ - \beta_1)} \right). \quad (12)$$

Легко оцінити, що похідна від'ємна при  $\beta_1 = 45^\circ$  і додатна при  $\beta_1 = 0$ , тобто всередині області зміни кута  $\beta_1$  цільова функція досягає максимуму, а мінімальне значення  $f=0$  функція приймає на кінцях проміжку зміни кута ( $\beta_1 = 45^\circ$ ). На цьому ж етапі руху робота розглянемо ще одну цільову функцію з виразом (13):

$W = \mu Q - \sqrt{(F_1 / 2 - J \sin(45^\circ - \beta_1) - (m + 4m_1)g / 2)^2 + (J \cos(45^\circ - \beta_1))^2} \geq 0 \rightarrow \min$ ,  
 де:  $\mu$  – коефіцієнт тертя ковзання присоса ноги об поверхню переміщення робота;  $F_1 = \frac{2M_1 i}{nz}$  – сила руху робота на першому етапі переміщення, де:  $M_1$  – крутний момент приводу педипулятора,  $N/m$ ;  $i$  – передаточне відношення трансмісії;  $n, z$  – відповідно модуль та кількість зуб'ів передачі приводу;  $m, m_1$  – відповідно маса робота та окремої його ноги; сила пружного елемента при його деформації на величину  $x$  згідно [9] дорівнює:

$$J = P_{\min} + jx = P_{\min} + jR_2 \left( 1 - \frac{\cos 45^\circ}{\cos(45^\circ - \beta_1)} \right);$$

Введемо обмеження для вище наведених змінних факторів:

$$5 \leq M_1 \leq 10;$$

$$1 \leq i \leq 3;$$

$$0,001 \leq n \leq 0,002;$$

$$20 \leq z \leq 40;$$

$$0 \leq \beta_1 \leq 45^\circ;$$

$$F_1 L_1 \geq (m + 3m_1)gL; \quad (14)$$

$$F_1 L_1 \geq (m + 3m_1)g \frac{L}{2} + 2(P_{\min} x_{\max} + \frac{1}{2} j(x_{\max})^2); \quad (15)$$

$$x_{\max} = R_2(1 - \cos 45^\circ) = R_2(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}),$$

де:  $g = 9,8$  – прискорення вільного падіння,  $m/c^2$ ;  $L$  – відстань переміщення робота,  $m$ ;  $L_1$  – відрізок переміщення внаслідок виконання роботи сили  $F_1$ ;  $x_{\max}$  – максимальне стиснення пружного елемента, що служить для накопичення потенціальної енергії,  $m$ .

Нерівність (14) вказує, що потенціальної енергії, яку отримала механічна система робота внаслідок виконання роботи сили приводу  $F_1$  на відрізок  $L_1$  (тобто при стисненні пружного елемента), досить для переміщення робота на відстань  $L$  на другому етапі переміщення, коли привід робота вимкнено.

Нерівність (15) вказує, що роботи, яку виконала сила  $F_1$  на відріжку  $L_1$ , досить і для переміщення робота на відстань  $L/2$ , а також і для нагромадження максимальної потенційної енергії у пружному елементі. Звичайно, залежно від значення жорсткості  $j$  пружного елемента достатньо виконання однієї з умов, а інша буде виконана автоматично. При умові значення жорсткості пружного елемента

$$j < \frac{(m + 2m_1)gL - 2P_{\min}x_{\max}}{2x_{\max}^2}, \quad (16)$$

досить, щоб виконувалась умова (14), а при більшому значенні  $j$  досить виконання нерівності (15). Для оцінки поведінки цільової функції при зміні кута  $\beta_1$  повороту ноги робота знайдемо похідну за виразом (17):

$$\frac{\partial W}{\partial \beta_1} = \frac{u(jR_2 \left( \frac{\cos(45^\circ)}{\cos^2(45^\circ - \beta_1)} - \cos(45^\circ - \beta_1) \right) - P_{\min} \cos(45^\circ - \beta_1)) - (P_{\min} + jR_2) \sin(45^\circ - \beta_1)}{\sqrt{u^2 + (J \cos(45^\circ - \beta_1))^2}},$$

де позначено

$$u = (F_1 / 2 - J \sin(45^\circ - \beta_1) - (m + 4m_1)g / 2).$$

Легко переконатись, що ця похідна від'ємна при усіх значеннях кута  $0 \leq \beta_1 \leq 45^\circ$ , а тому мінімальне значення цільова функція  $W$  досягає при куті  $\beta_1 = \beta_o$  ( $\beta_o$  – крайнє значення кута  $\beta_1$ , при якому ще діє сила приводу  $F_1$ ). Підставивши  $Q = Q_{\max}$  та  $W = 0$ , одержуємо формулу для знаходження максимального значення сили залежно від значень жорсткості  $j$  та кута  $\beta_o$ :

$$F_1^{\max} = 2\sqrt{(\mu Q_{\max})^2 - (J_o \cos(45^\circ - \beta_o))^2} + (m + 4m_1)g + 2J_o \sin(45^\circ - \beta_o), \quad (18)$$

де сила пружного елемента дорівнює

$$J_o = P_{\min} + jR_2 \left( 1 - \frac{\cos 45^\circ}{\cos(45^\circ - \beta_o)} \right).$$

Формулу (18) для практичного застосування краще виразити через безрозмірні величини і записати у вигляді

$$y = 2\sqrt{(q_o)^2 - (J_1 \cos(45^\circ - \beta_o))^2} + 1 + 2J_1 \sin(45^\circ - \beta_o), \quad (19)$$

де позначено:  $G_2 = m_2g$  – вага робота;

$$y = \frac{F_1^{\max}}{G_2}; \quad q_o = \frac{\mu Q_{\max}}{G_2}; \quad P_o = \frac{P_{\min}}{G_2}; \quad j = kj_o; \quad h_o = \frac{j_o R_2}{G_2};$$

$$J_1 = P_o + kh_o \left( 1 - \frac{\cos 45^\circ}{\cos(45^\circ - \beta_o)} \right);$$

$j_o = 100$  (Н/м);  $k$  – коефіцієнт пропорціональності. З формули (14) отримаємо:

$$y_1 \geq \frac{F_1}{G} \geq \frac{2}{1 - \operatorname{tg}(45^\circ - \beta_0)} \quad (20)$$

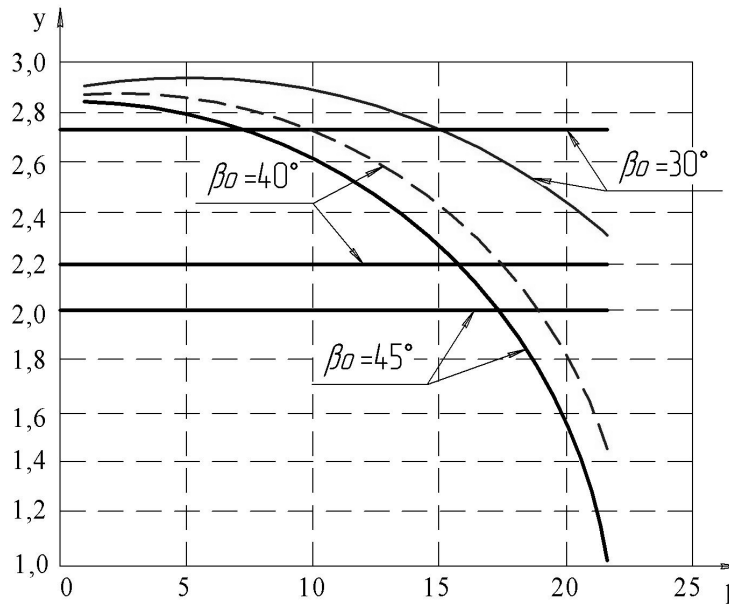


Рис. 1. - Области допустимих значень рухомої сили  $F_1$  приводу робота і жорсткості  $j$ , що знаходяться між прямою і відповідною кривою

На графіку рис. 1 показано як змінюється значення  $y$  (криві лінії) залежно від жорсткості  $j = kj_0$  пружного елемента та  $y_1$  (прямі лінії) при різних значеннях кута  $\beta_0$  – крайнього значення кута  $\beta_1$ , при якому ще діє сила приводу  $F_1$ . Допустимі значення сили  $F_1 = yG_2$  і жорсткості  $j = kj_0$  знаходяться в області, яка розміщена між прямою і відповідною кривою.

На другому етапі руху робота, за цільову функцію приймемо рушійну силу  $F_2$ , яка діє на механічну систему з боку пружного елемента при вимкненому приводі робота:

$$F_2 = - \left( P_{\min} + jR_2 \left( 1 - \frac{\cos 45^\circ}{\cos(45^\circ - \beta_1)} \right) \right) \sin(45^\circ - \beta_1) \rightarrow \max; 45^\circ \leq \beta_1 \leq 90^\circ. \quad (21)$$

Знайдемо екстремальні точки функції  $F_2$ . Для цього обчислимо похідну і прирівняємо її до нуля:

$$\frac{\partial F_2}{\partial \beta_1} = \left( P_{\min} \cos(45^\circ - \beta_1) + jR_2 \left( \cos(45^\circ - \beta_1) - \frac{\cos 45^\circ}{\cos^2(45^\circ - \beta_1)} \right) \right) = 0. \quad (22)$$

З цього рівняння знаходимо:

$$\cos(45^\circ - \beta_1) = 3 \sqrt{\frac{jR_2 \cos 45^\circ}{P_{\min} + jR_2}} \Rightarrow \beta_1 = 45^\circ + \arccos \left( 3 \sqrt{\frac{jR_2 \cos 45^\circ}{P_{\min} + jR_2}} \right). \quad (23)$$

Оскільки похідна при переході через критичну точку змінює знак з плюса на мінус, то у цій точці функція досягає максимуму:

$$F_2^{\max} = \left( P_{\min} + jR_2 \left( 1 - \frac{\cos 45^\circ \sqrt[3]{P_{\min} + jR_2}}{\sqrt[3]{jR_2 \cos 45^\circ}} \right) \right) \left( \sqrt{1 - 3 \frac{(jR_2 \cos 45^\circ)^2}{(P_{\min} + jR_2)^2}} \right). \quad (24)$$

Залежність максимального значення рушійної  $F_2^{\max}$  від жорсткості  $j$  накопичувача потенціальної енергії відображена на графіку рис. 2. Очевидно, що збільшення жорсткості пружного елемента приводить до відповідного росту рухомої сили  $F_2$  на другому етапі переміщення робота, тобто коли робот переміщується за рахунок перетворення накопиченої потенціальної енергії в кінетичну енергію руху. Але слід мати на увазі, що збільшення жорсткості пружного елемента протидіє силі руху робота  $F_1$  на першому етапі переміщення, тому має місце обмеження (10).

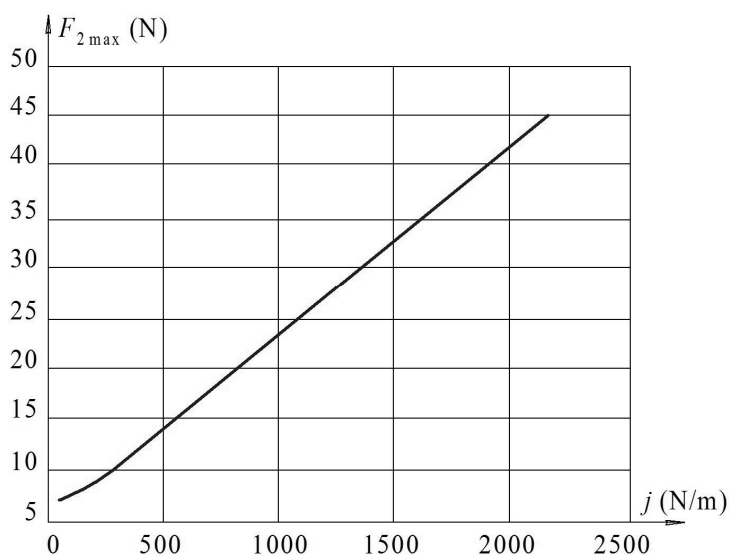


Рис. 2. - Залежність максимального значення рушійної сили  $F_2^{\max}$  від жорсткості  $j$  накопичувача потенціальної енергії

Наприкінці циклу руху бажано, щоб швидкість корпусу робота була близькою до нуля, а тому на другому етапі переміщення ( $45^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ ) можна прийняти за цільову функцію вираз кінетичної енергії руху робота:

$$T_K = U_o - U + G_2 R_2 \cos 45^\circ \operatorname{tg}(45^\circ - \beta_1) + T_0 \geq 0 \Rightarrow \min, \quad (25)$$

де:  $T_o > 0$  – кінетична енергія на початку другого етапу;  $U_o$  і  $U$  – потенціальна енергія пружного елемента на початку етапу та у довільному положенні опорної ноги робота (тобто ноги, що зчеплена з поверхнею переміщення) на другому етапі:

$$U = 2P_{msn}x + jx^2 = 2P_{msn}R_2 \left( 1 - \frac{\cos 45^\circ}{\cos(45^\circ - \beta_1)} \right) + jR_2^2 \left( 1 - \frac{\cos 45^\circ}{\cos(45^\circ - \beta_1)} \right)^2; \quad (26)$$

$$U_o = 2P_{msn}R_2(1 - \cos 45^\circ) + jR_2^2(1 - \cos 45^\circ)^2. \quad (27)$$



Третій доданок у виразі (25) це робота сил ваги. Сумарна робота  $A = U_o - U + G_2 R_2 \cos 45^\circ \text{tg}(45^\circ - \beta_1)$  повинна бути від'ємною, а це можливо при невеликій жорсткості  $j$ , при якій буде незначний запас потенціальної енергії.

На рис. 3 показано залежність зміни роботи  $A$  від жорсткості пружного елемента  $j$  (N/m) та сил ваги на другому етапі  $\beta_1 > 45^\circ$  переміщення, тобто під час перетворення потенціальної енергії в кінетичну енергію руху робота.

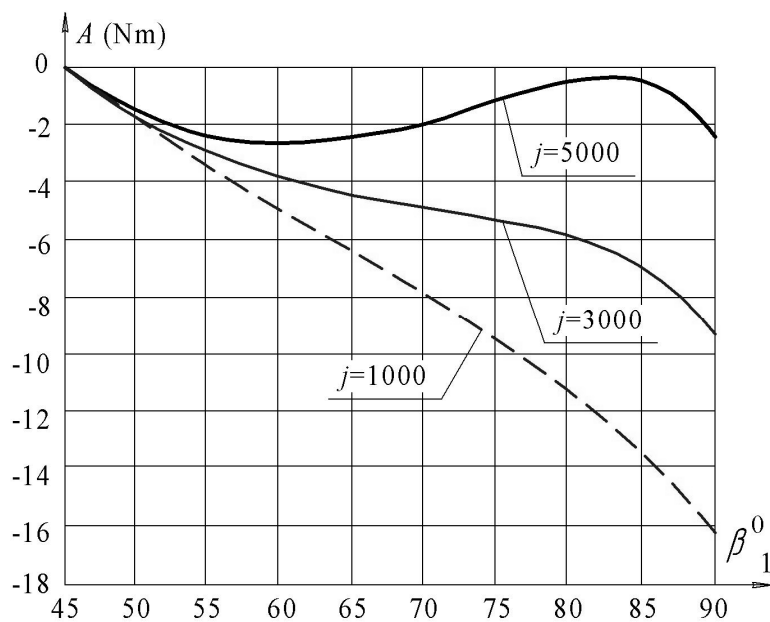


Рис. 3. - Робота пружного елемента  $j$  (N/m) та сил ваги на другому етапі  $\beta_1 > 45^\circ$  переміщення робота

Оскільки на другому етапі переміщення  $45^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$  привод педіпулятора вимкнено з метою енергозбереження ресурсів робота й він рухається тільки за рахунок кінетичної енергії, то очевидно, що значення жорсткості пружного елемента приводу має домінуючий вплив на динаміку переміщення.

### Висновки

1. Представлення крокуючого робота довільної орієнтації у вигляді ієрархічної технічної системи й застосування до неї вдосконаленого методу оптимізації, відмінність якого полягає у наявності функціонального зв'язку між критеріями оптимізації різних рівнів, дозволяє знаходити оптимальні значення конструктивних параметрів приводу робота та режимів його переміщення.

2. Встановлені області допустимих значень рушійної сили робота та жорсткості пружних елементів на етапі накопичення потенціальної енергії та отримана модель зміни роботи приводів педіпуляторів на етапі перетворення вказаної енергії в кінетичну енергію руху робота.

### Список використаних джерел

1. Моделирование и оптимизация параметров робото-технологических комплексов гибкого производства. Пер. с англ. / Т. Г. Ли, Г. Э. Адамс, У. М. Гейнз и др. М.: Советское радио, 1972.
2. Ямпольский Л. С., Полищук М. Н. Оптимизация технологических процессов в гибких производственных системах. К.: Вид-во «Техніка», 1988. – 175 с.
3. Дегтярев Ю. И. Методы оптимизации. М.: Советское радио, 1980.
4. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. Пер. с англ. / М.: Мир, 1973.
5. Патент UA 111021 МПК B62D57/032. Спосіб переміщення педипуляторів крокуючого робота та пристрій для його здійснення / Л. С. Ямпольський, М. М.Поліщук, В. К. Персіков; опубл. 10.03.2016, Бюл. № 5. – 9 с.
6. Полищук М.Н. Педипулятор робота вертикального перемещения с возможностью рекуперации энергии движения // Адаптивні системи автоматичного управління. — 2016. —№ 1(28). — с. 107 — 115.