

УДК 536.24.08

А. А. Стенин, В. П. Пасько, И. Г. Шитикова

ПРОЕКТИРОВАНИЕ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЭНЕРГОРЕСУРСОВ ПРИ ИХ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Аннотация. Предложены методика расчета базовых значений конструктивных параметров многоконтурных теплообменных аппаратов с баком-аккумулятором на стадии проектирования, численная процедура идентификации параметров теплообменных аппаратов в режиме эксплуатации и динамическая модель теплообменных аппаратов для определения оптимальных параметров процессов теплообмена. Показаны преимущества использования для имитационного моделирования SolidWorks, позволяющего воспроизвести любую конфигурацию теплообменных аппаратов, дать количественные оценки и наглядную визуализацию протекания теплообменных процессов. Разработаны алгоритмы оптимизации энергоресурсов в теплообменных аппаратах при их эксплуатации.

Ключевые слова: теплообменный аппарат, бак-аккумулятор, конструктивные параметры, параметрическая идентификация, динамическая модель, имитационное моделирование, оптимизация энергоресурсов.

Введение

В настоящее время во многих странах мира, в том числе и на Украине, резко обострилась проблема энергосбережения [1]. Особого внимания заслуживают задачи оптимального управления энергоресурсами в системах с последствием. Это обусловлено появлением большого количества технологических процессов и объектов, связанных с рециркуляцией материальных потоков, перемешиванием реагентов жидкой и газообразной среды, что характерно для рассматриваемых в данной статье автономных систем теплоснабжения.

Развитие и совершенствование энергосберегающих технологий в современных теплообменных системах, включающих большое число подсистем и связей между ними, во многом сдерживаются отсутствием методов расчета и современных компьютерных комплексов, позволяющих адекватно прогнозировать состояние таких систем во всем диапазоне нагрузок оборудования. Перечень нерешенных вопросов по совершенствованию автономных систем теплоснабжения (АСТС) требует проведения научных исследований и разработки рекомендаций для их практического применения. Поэтому повышение эффективности работы и эксплуатации теплоснабжающих систем является весьма актуальной научно-технической проблемой. В этом смысле одной из перспективных моделей теплообменных аппаратов является рассматриваемая в данной работе модель многоконтурного теплообменника змеевикового типа с баком-аккумулятором (МТАБ), для которого предлагается методика расчета и выбора его составных элементов и оптимальных режимов работы.

©А. А. Стенин, В. П. Пасько, И. Г. Шитикова

Описание работы МТАБ змеевикового типа

Рассматривается запатентованная одним из авторов данной статьи новая конструкция МТАБ на основе симметричного разборного теплообменника (ТО) змеевикового типа [2] (рис. 1). Работа ТО осуществляется следующим образом: первичный теплоноситель поступает в межтрубное пространство ТО, образованный корпусом и змеевиковыми трубками. Отдав свою теплоту через поверхности змеевиков систем отопления и горячего водоснабжения и поверхность корпуса бака-аккумулятора (БА) возвращается к источнику теплоты. Водопроводная вода, нагревается, поступает в змеевик системы горячего водоснабжения, где нагревается до температуры 55-60 °С, после чего сливается в аккумулирующую емкость, вода из которой расходуется на нужды горячего водоснабжения. По второму змеевику постоянно циркулирует вода системы отопления с помощью бесшумного насоса.

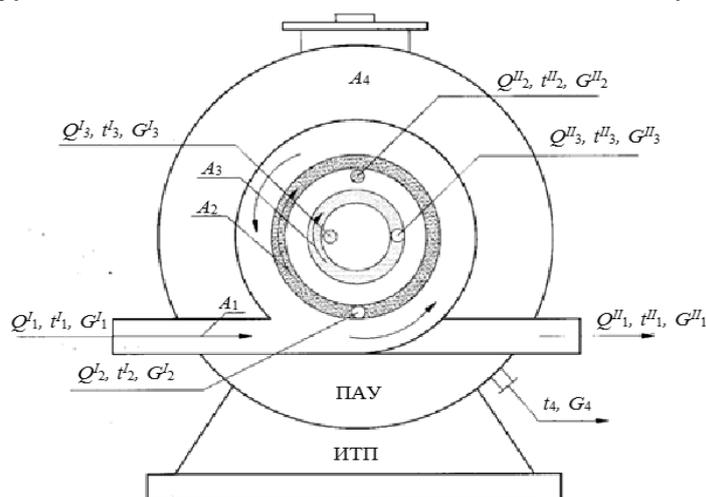


Рис. 1. - Лицевое сечение МТАБ змеевикового типа

Здесь ПАУ – подогревающе-аккумулирующая установка; ИТП – индивидуальный тепловой пункт; G_1, G_2, G_3, G_4 – затраты нагреваемых теплоносителей в соответствующем контуре, кг/с; c_1, c_2, c_3, c_4 – теплоёмкости нагреваемых теплоносителей в соответствующем контуре; $t_1^I, t_2^I, t_3^I, t_4^I$ – температура на входе в соответствующий контур; $t_1^{cp}, t_2^{cp}, t_3^{cp}, t_4^{cp}$ – средние температуры теплоносителей соответствующих контуров; $t_1^{II}, t_2^{II}, t_3^{II}, t_4^{II}$ – температура на выходе контура; $t_{окр}$ – температура окружающей среды; F_1, F_2, F_3, F_4 – диаметры первого, второго, третьего и четвертого контуров ТА; k_1, k_2, k_3, k_4 – затраты тепла первого, второго, третьего и четвертого контуров; $k_{общ}$ – общие затраты тепла. A_1 – площадь поперечного сечения для нагреваемого теплоносителя; A_2 – площадь поперечного сечения змеевика контура системы отопления; A_3 – площадь поперечного сечения змеевика системы горячего водоснабжения; A_4 – площадь поперечного сечения бака-аккумулятора горячей воды.

Постановка задач

В теплообменном аппарате известны: температуры горячего теплоносителя t_1^I и t_1^{II} на входе и выходе из корпуса теплообменного аппарата; температуры нагреваемых теплоносителей отопительного контура t_2^I и t_2^{II} с расходом G_2 ; температура нагреваемых теплоносителей третьего контура системы горячего водоснабжения t_3^I и t_3^{II} с расходом A_3 , который сливается в бак-аккумулятор горячей воды.

Неизвестными являются семь величин:

- расход первичного теплоносителя G_1 ;
- начальная и конечная температуры воды t_4 в баке-аккумуляторе;
- расход воды с БА, поступающей в систему горячего водоснабжения, согласно графика суточного водопотребления G_4 ;
- диаметры первого, второго, третьего и четвертого контуров теплообменного аппарата F_1, F_2, F_3, F_4 .

Необходимо для выбранной конструкции МТАБ:

- определить методику расчета базовых значений её конструктивных параметров в стационарном режиме работы на основе уравнений теплового баланса и уравнений теплопередачи;
- дать инструмент уточнения их значений в режиме эксплуатации на основе численной процедуры параметрической идентификации;
- дать эффективный инструмент оптимизации параметров тепло- и массообменных процессов МТАБ на основе имитационного моделирования разработанной динамической модели и (или) использования современных программных продуктов, в частности, Solid Work [3];
- дать рекомендации по разработке автоматической системы оптимизации энергоресурсов при эксплуатации МТАБ.

Расчет базовых конструктивных параметров МТАБ в стационарном режиме работы

Определяем тепловую мощность МТАБ для контуров системы отопления Q_2 и горячего водоснабжения Q_3 по формулам:

$$Q_2 = G_2 c_2 (t_2^{II} - t_2^I), \quad (1)$$

$$Q_3 = G_3 c_3 (t_3^{II} - t_3^I), \quad (2)$$

где c_2 и c_3 – теплоемкость теплоносителей при средних температурах теплоносителей t_2^{cp} та t_3^{cp} :

$$t_2^{cp} = \frac{t_2^{II} + t_2^I}{2} \text{ и } t_3^{cp} = \frac{t_3^{II} + t_3^I}{2}. \quad (3)$$

С учетом тепловых потерь через наружную поверхность бака-аккумулятора определяем расход первичного теплоносителя по формуле:

$$G_1 = \frac{Q_2 + Q_3}{C_1(t_1^{II} - t_1^I)} \eta_{ПЛОТ}. \quad (4)$$

Если первичным теплоносителем является пар, то формула (4) принимает вид:

$$G_{II} = \frac{Q_2 + Q_3}{(i_{II}^{II} - t_K^I)} \eta_{ПЛОТ}, \quad (5)$$

где ΔC_1 – теплоемкость первичного теплоносителя при средней температуре

$$t_1^{cp} = 0,5(t_1^{II} - t_1^I), \quad (6)$$

i^{II} – энтальпия насыщенного пара при давлении РНАС;

i_I – энтальпия воды на линии насыщения при давлении РНАС;

$\eta_{пот}$ – коэффициент потерь теплоты через внешнюю поверхность БА.

Далее расписываем уравнение теплового баланса:

–теплообмен между первичным теплоносителем и теплоносителем отопительного контура:

$$Q_{1-2} = K_1 F_2 (t_1^{cp} - t_2^{cp}); \quad (7)$$

–теплообмен между первичным теплоносителем и теплоносителем контура системы горячего водоснабжения:

$$Q_{1-3} = K_2 F_3 (t_1^{cp} - t_3^{cp}); \quad (8)$$

–теплообмен между первичным теплоносителем и водой в БА через корпус теплообменника:

$$Q_{1-4} = K_3 F_1 (t_1^{cp} - t_4^{cp}); \quad (9)$$

При этом средние температуры первичного греющего теплоносителя и теплоносителей, нагреваемых в змеевиках отопительного контура и системы горячего водоснабжения и воды в БА, соответственно равны:

$$t_1^{cp} = 0,5(t_1^I + t_1^{II}); \quad (10)$$

$$t_2^{cp} = 0,5(t_2^I + t_2^{II}); \quad (11)$$

$$t_3^{cp} = 0,5(t_3^I + t_3^{II}), \quad (12)$$

$$t_4^{cp} = 0,5(t_4^I + t_4^{II}). \quad (13)$$

Количество теплоты, которое воспринимается теплоносителем контура системы отопления:

$$Q_2 = G_2 c_2 (t_2^I + t_2^{II}). \quad (14)$$

Количество теплоты, получаемой теплоносителем контура горячего водоснабжения:

$$Q_3 = G_3 c_3 (t_3^I + t_3^{II}). \quad (15)$$

Количество теплоты, идущей на подогрев воды, находящейся в БА, при снижении водоотведения на горячее водоснабжение через корпус теплообменника:

$$Q_4 = G_4 c_4 (t_4^{cp} + t_4^{cp}). \quad (16)$$

Таким образом, расчет неизвестных параметров основано на совместном решении системы уравнений теплового баланса и уравнения теплопередачи:

$$\begin{cases} Q_{1-2} = k_1 \cdot F_2 (t_1^{cp} - t_2^{cp}), \\ Q_{1-3} = k_2 \cdot F_3 (t_1^{cp} - t_3^{cp}), \\ Q_{1-4} = k_2 \cdot F_1 (t_1^{cp} - t_4^{cp}), \\ Q_2 = G_2 \cdot c_2 (t_2^I + t_2^{II}), \\ Q_3 = G_3 \cdot c_3 (t_3^I + t_3^{II}), \\ Q_4 = G_4 \cdot c_4 (t_4^{cp} + t_4^{cp}). \end{cases} \quad (17)$$

Система уравнений (17) является системой уравнений с двенадцатью неизвестными величинами: $Q_{1-2}, Q_{1-3}, F_1, F_2, F_3, G_2, t_2^I, t_2^{II}, G_4, Q_2, Q_4$.

В приведенных уравнениях величину t_2^I можно принять равной t_2 в связи с особенностями конструкции МТАБ. Отсюда, величина $(t_2^{II} - t_2^I)$ должна быть близкой к нулю. Отклонения ее от нуля может служить мерой обоснованности допустимых упрощений. Если $(t_2^{II} - t_2^I) < 0$, то необходимо увеличить теплообменную поверхность змеевика отопительного контура МТАБ, а если $(t_2^{II} - t_2^I) > 0$, тогда теплообменную поверхность можно не менять, а уменьшить расход первичного теплоносителя G_1 . Задавая часть известных конструктивных параметров возможно определить другие по заданным стационарным температурным режимам. Полученные базовые значения конструктивных параметров должны удовлетворять уравнению суммарного теплового баланса:

$$\begin{aligned} G_1 \cdot c_1 (t_1^I - t_1^{II}) = G_2 \cdot c_2 (t_2^{II} - t_2^I) + G_3 \cdot c_3 (t_3^{II} - t_3^I) + G_4 \cdot c_4 (t_4^{II} - t_4^I) + G_4 \cdot c_4 (t_4^{II} - t_{окр}); \\ k_{заг} \cdot \sum F \cdot \Delta t_{cp}^{заг} = k_1 \cdot F_2 (t_1^{cp} - t_2^{cp}) + k_2 \cdot F_3 (t_1^{cp} - t_3^{cp}) + \\ + k_3 \cdot F_1^{TO} (t_1^{cp} - t_4^{cp}) + k_4 \cdot F_4^{TA} (t_4^{cp} - t_{окр}). \end{aligned} \quad (18)$$

Однако, поскольку система (17) является недоопределенной, то базовые значения конструктивных параметров теплообменников змеевикового типа могут быть определены с точностью до параметров, и определяются, исходя из ус-

ловий работы, особенностей конструкции, существующих стандартов, опыта проектировщика и известных прототипов. Следовательно, при практической реализации МТАБ расчетные значения базовых конструктивных параметров не соответствуют реальным и всегда будет присутствовать погрешность в уравнениях теплового баланса (18). Таким образом, для собранного на основе приведенных выше расчетов МТАБ при его дальнейшей эксплуатации и исследования МТАБ в нестационарных режимах работы необходимо уточнение значений базовых конструктивных параметров. Для этого ниже предложена численная процедура параметрической идентификации стационарных моделей теплообменников змеевикового типа, основанная на сочетании методов Ньютона-Рафсона и последовательных приближений. Решение находится из условий двух уравнений теплового баланса (18). Процедура идентификации конструктивных параметров носит итеративный характер и может быть представлена как алгоритм получения значений на текущем шаге по значению предыдущего шага

$$\bar{Y}_k = f(\bar{Y}_{k-1}). \quad (19)$$

Целенаправленная коррекция идентифицированных параметров возможна лишь на основе использования информации об их влиянии на работу теплообменника. Мерой выполнения этого условия являются среднеквадратические невязки \bar{Q}_k между расчетным теплоэнергетическим показателем и полученным на реальном теплообменнике в режиме эксплуатации. Эти невязки зависят от конструктивных параметров \bar{Y} , переменных состояния теплообменника \bar{X} и выбранных постоянных конструктивных параметров \bar{Z} теплообменника. Приравнивая невязки нулю, получим систему уравнений:

$$(\bar{Q}(\bar{Y}, \bar{X}, \bar{Z})) = 0. \quad (20)$$

Для решения системы используем методом Ньютона-Рафсона [8], когда на каждой итерации определяется аддитивная погрешность $\Delta\bar{Y}_k$, т.е

$$\bar{Y}_k = \bar{Y}_{k-1} + \Delta\bar{Y}_k. \quad (21)$$

Поправка $\Delta\bar{Y}_k$ является решением линейного алгебраического уравнения

$$G_k = A_k \cdot \Delta\bar{Y}_k, \quad (22)$$

где A_k - матрица Якоби вида $A_k = \left[\frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{Y}} \right]$.

Элементы A_k матрицы Якоби вычисляются численно последовательным варьированием каждого из конструктивных параметров \bar{Y}_k и определением соответствующих невязок \bar{Q}_k . Параметры считаются идентифицированными при выполнении условия:

$$I = \frac{\sum_{k=1}^n Q_k}{n} \leq \varepsilon, \quad (23)$$

где n - количество итераций, ε – заданная допустимая ошибка.

Имитационное моделирование и определение оптимальных параметров тепло- и массообменных процессов в МТАБ

Для определения оптимальных параметров тепло- и массообменных процессов в МТАБ необходимо, кроме исследования стационарных режимов работы, иметь динамическую модель для нестационарных режимов работы МТАБ. Распределенные в пространстве и времени процессы весьма сложны и описываются уравнениями в частных производных с граничными условиями, которые в данной и других областях требуют применения специальных методов [4,5,8]. Для исследования нестационарных режимов работы МТАБ (рис.2) в работе авторов [9] получена упрощенная однокоординатная динамическая модель уравнения Навье-Стокса в виде системы уравнений (24) - (26).

Для первого шага ($i = 1$) с учетом граничных условий уравнения для контура систем отопления имеют вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\theta_{11}}{d\tau} &= - \left(\frac{\varpi_1}{\Delta x_1/2} + \frac{\pi \cdot D_{1H} \cdot \alpha_{11}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{p1}} \right) \cdot \theta_{11} + \frac{\varpi_1}{\Delta x_1/2} \cdot \theta_1' + \frac{\pi \cdot D_{1H} \cdot \alpha_{11}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{p1}} \cdot \theta_{cm.11}; \\ \frac{d\theta_{cm.11}}{d\tau} &= - \frac{\alpha_{11} + \alpha_{12}}{x_{cm.1} \cdot \rho_{cm.1} \cdot c_{cm.1}} \cdot \theta_{cm.11} + \frac{\alpha_{11}}{x_{cm.1} \cdot \rho_{cm.1} \cdot c_{cm.1}} \cdot \theta_{cm.11} + \frac{\alpha_{12}}{x_{cm.1} \cdot \rho_{cm.1} \cdot c_{cm.1}} \cdot \theta_{11}; \\ \frac{d\theta_{21}}{d\tau} &= - \left(\frac{\varpi_2}{\Delta x_1/2} + \frac{\pi \cdot D_{2B} \cdot \alpha_{21}}{A_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{p2}} \right) \cdot \theta_{21} - \frac{\varpi_2}{\Delta x_1/2} \cdot \theta_2' + \frac{\pi \cdot D_{2B} \cdot \alpha_{21}}{A_2 \cdot \rho_2 \cdot c_{p2}} \cdot \theta_{cm.11}. \end{aligned} \right. \quad (24)$$

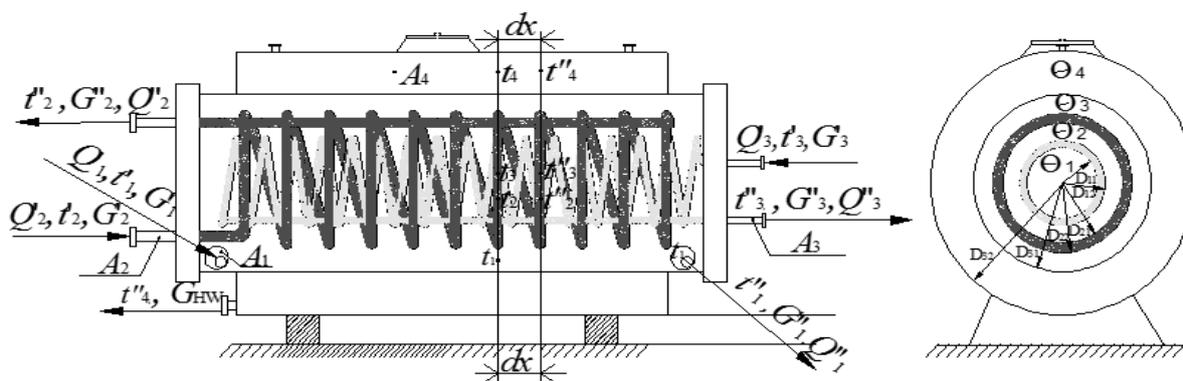


Рис. 2. Боковое и лицевое сечения МТАБ змеевикового типа

Для контура системы горячего водоснабжения при $i = 1$ имеем:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\theta_{11}}{d\tau} &= -\left(\frac{\varpi_1}{\Delta x_1 / 2} + \frac{\pi \cdot D_{16} \cdot \alpha_{21}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{p1}} \right) \cdot \theta_{11} + \frac{\varpi_1}{\Delta x_1 / 2} \cdot \theta_1' + \frac{\pi \cdot D_{16} \cdot \alpha_{21}}{A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_{p1}} \cdot \theta_{cm.21}; \\ \frac{d\theta_{cm.21}}{d\tau} &= -\frac{\alpha_{21} + \alpha_{22}}{x_{cm.2} \cdot \rho_{cm.2} \cdot c_{cm.2}} \cdot \theta_{cm.11} + \frac{\alpha_{21}}{x_{cm.2} \cdot \rho_{cm.2} \cdot c_{cm.2}} \cdot \theta_{11} + \frac{\alpha_{22}}{x_{cm.2} \cdot \rho_{cm.2} \cdot c_{cm.2}} \cdot \theta_{31}; \\ \frac{d\theta_{31}}{d\tau} &= -\left(\frac{\varpi_3}{\Delta x_1 / 2} + \frac{\pi \cdot D_{3H} \cdot \alpha_{31}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{p3}} \right) \cdot \theta_{31} - \frac{\varpi_3}{\Delta x_1 / 2} \cdot \theta_3' + \frac{\pi \cdot D_{3H} \cdot \alpha_{31}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{p3}} \cdot \theta_{cm.21}. \end{aligned} \right. \quad (25)$$

Для теплоносителей третьего и четвертого контуров при $i = 1$ имеем:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\theta_{31}}{d\tau} &= -\left(\frac{\varpi_3}{\Delta x_1 / 2} + \frac{\pi \cdot D_{36} \cdot \alpha_{31}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{p3}} \right) \cdot \theta_{31} + \frac{\varpi_3}{\Delta x_1 / 2} \cdot \theta_3' + \frac{\pi \cdot D_{36} \cdot \alpha_{31}}{A_3 \cdot \rho_3 \cdot c_{p3}} \cdot \theta_{cm.31}; \\ \frac{d\theta_{cm.31}}{d\tau} &= -\frac{\alpha_{31} + \alpha_{32}}{x_{cm.3} \cdot \rho_{cm.3} \cdot c_{cm.3}} \cdot \theta_{cm.31} + \frac{\alpha_{31}}{x_{cm.3} \cdot \rho_{cm.3} \cdot c_{cm.3}} \cdot \theta_{31} + \frac{\alpha_{32}}{x_{cm.3} \cdot \rho_{cm.3} \cdot c_{cm.3}} \cdot \theta_{41}; \\ \frac{d\theta_{41}}{d\tau} &= -\left(\frac{\varpi_4}{\Delta x_i} + \frac{\pi \cdot D_{3H} \cdot \alpha_{41}}{A_4 \cdot \rho_4 \cdot c_{p4}} \right) \cdot \theta_{41} - \frac{\varpi_4}{\Delta x_1 / 2} \cdot \theta_4' + \frac{\pi \cdot D_{3H} \cdot \alpha_{41}}{A_4 \cdot \rho_4 \cdot c_{p4}} \cdot \theta_{cm.31}. \end{aligned} \right. \quad (26)$$

Для противотока теплоносителей Q_1 и Q_2 ; Q_1 и Q_3 ; Q_3 и Q_4 конечным есть - й шаг.

Имитационное моделирование на основе данной динамической модели МТАБ позволяет определить оптимальные значения таких параметров, как скорость движения теплоносителей, время установления заданной температуры в различных контурах МТАБ и др. Для этого необходимо решать систему (24) - (26) известными численными методами [6] при вариации начальных и конечных значений температур, скорости перекачки воды насосом, расхода теплоносителей и др. В частности, на рис.3 приведены зависимости коэффициентов теплопередачи в теплообменнике змеевикового типа при изменении расхода и скорости теплоносителя отопительного контура.

Следует отметить, что наличие у проектировщиков SolidWorks существенно упрощает задачу имитационного моделирования, позволяя моделировать потоки жидкостей с учетом геометрии МТАБ, свойств окружающей среды и условий протекания теплообменных процессов.

Кроме возможности численного решения дифференциальных уравнений в частных производных с фиксированием значений исследуемых параметров, система SolidWorks позволяет графически отобразить процессы смешивания и передвижения теплообменных масс воды в каждом контуре, так и в БА. Так, на рис.4 графически представлен фрагмент процесса движения теплоносителя в

контуру системы горячего водоснабжения МТАБ, а на рис.5 . фрагмент моделирования процесса теплообмена в МТАБ

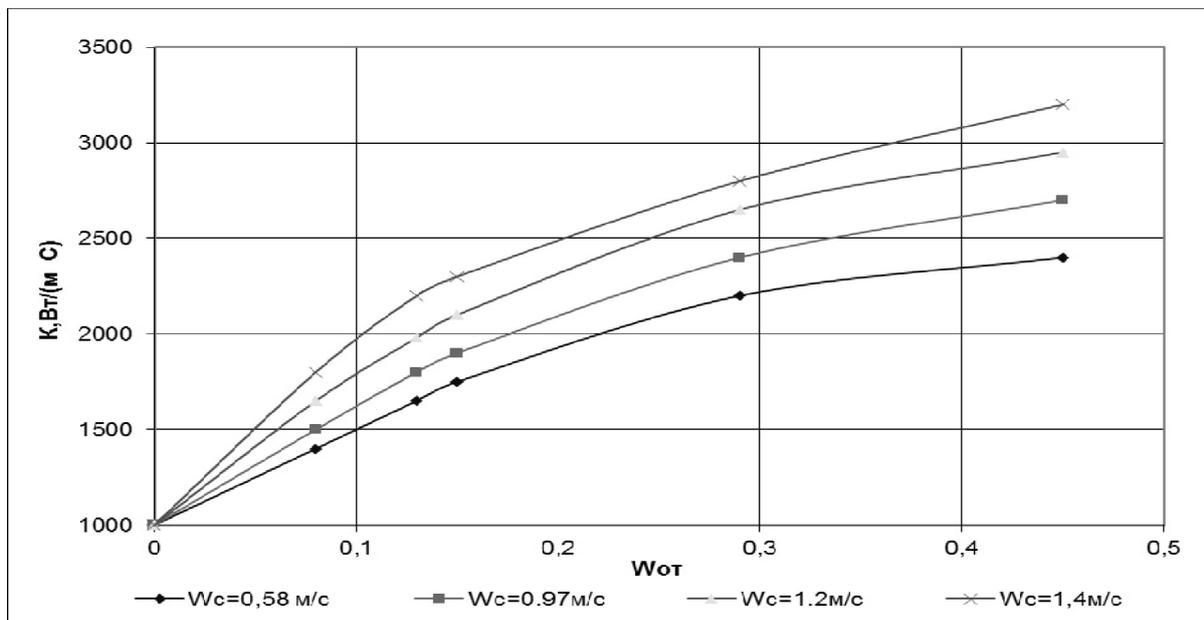


Рис. 3.Зависимости коэффициентов теплопередачи в теплообменнике змеевикового типа при изменении расхода и скорости теплоносителя отопительного контура

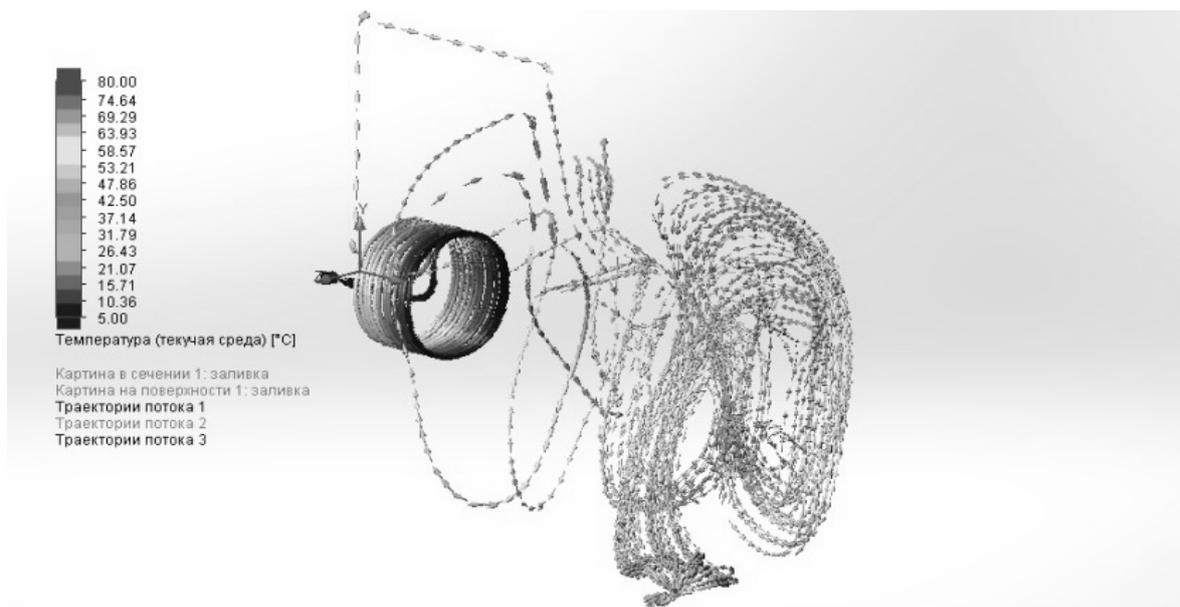


Рис. 4. Моделирование движения теплоносителя в контуре системы горячего водоснабжения

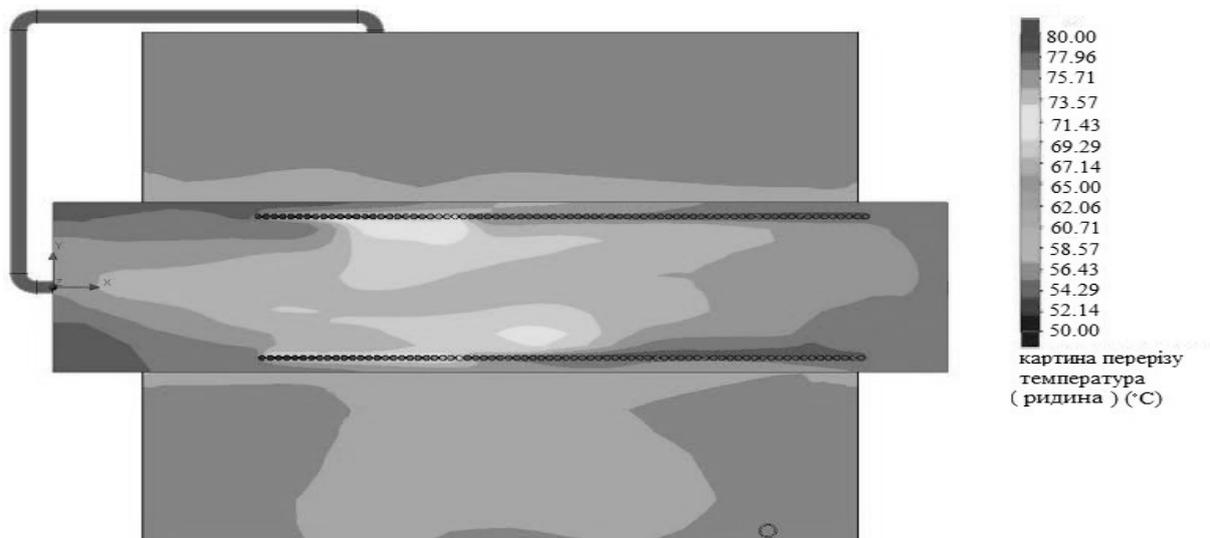


Рис. 5. Фрагмент моделювання процесу теплообмена в МТАБ

Оптимизация энергоресурсов АСТС

Схематически АСТС дома на основе МТАБ приведена на рис. 6. Здесь для наглядности представления контуров отопления и подачи горячей воды (ГВ) показан МТАБ с последовательным соединением змеевиков указанных контуров.

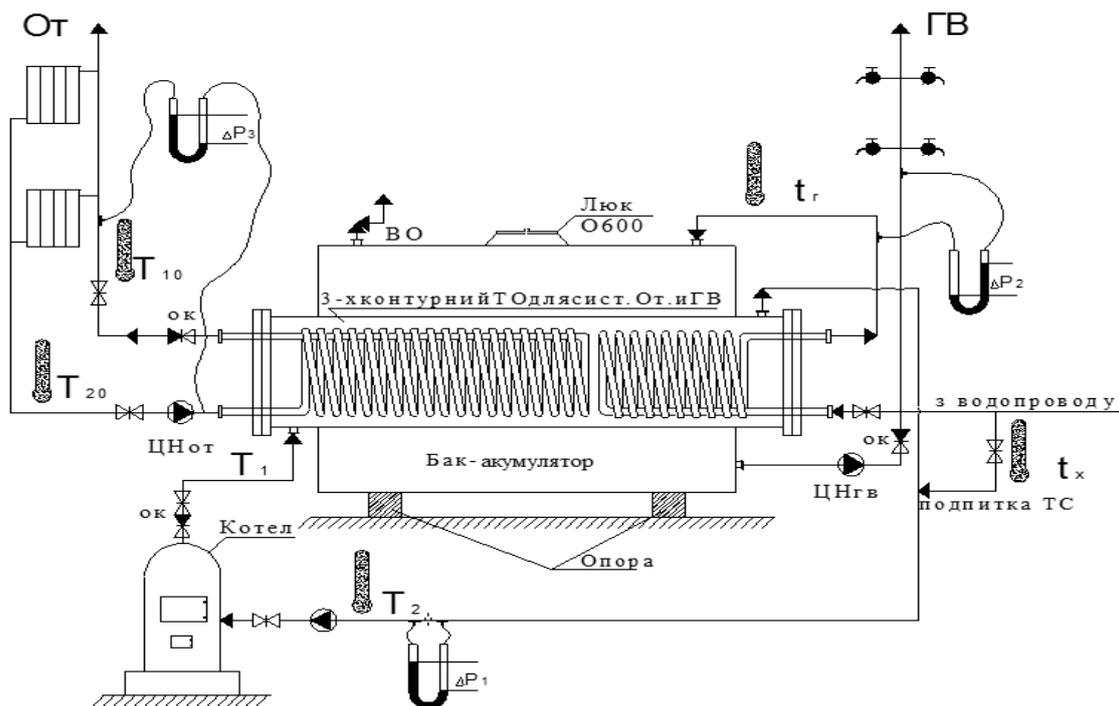


Рис. 6. Система автономного теплоснабжения дома на основе МТАБ

В данной работе рассматривается параллельное (вложенное) соединение змеевиков контуров отопления и подачи ГВ (рис.7), что более эффективно с точки зрения компоновки МТАБ и процессов теплообмена, но суть работы МТАБ остается неизменной как в первом, так и во втором случае.

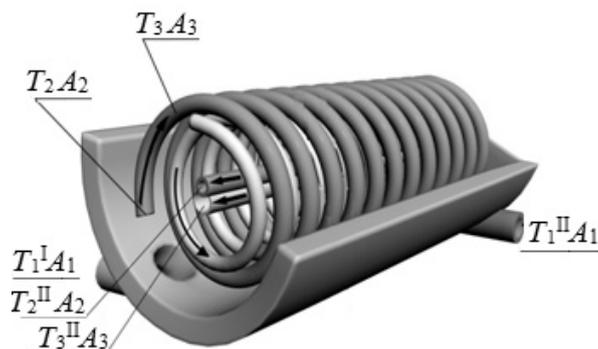


Рис. 7. Параллельное соединение змеевиков контуров отопления и ГВ

Здесь $T_1^I, T_2, T_3, T_1^{II}, T_2^{II}, T_3^{II}$ – соответственно температуры нагревающего теплоносителя и теплоносителей контуров отопления и ГВ на входе и выходе, A_1, A_2, A_3 – соответственно площади их поперечных сечений. рис. 1 и рис. 2 являются соответственно поперечным и продольным сечением змеевиков МТАБ, приведенных на рис.7.

В приведенной АСТС можно выделить два основных режима работы:

- переходный режим;
- стационарный режим.

Переходный режим. В данной статье рассматривается вывод контура отопления АСТС с МТАБ на номинальный (стационарный) режим работы при наличии заданного температурного режима в баке-аккумуляторе, а, значит, и в контуре ГВ. Поскольку температура в баке-аккумуляторе тесно связана с контуром отопления, то задача заключается в установлении заданного значения температуры воды и в нем, и в контуре отопления. Это может происходить разными способами:

- через змеевик первичного теплоносителя в виде горячей жидкости от котла (рис.6) или от геотермального источника;
- через змеевик первичного теплоносителя в виде нагретого газа;
- через специальный змеевик со встроенной внутрь электрической спиралью.

В любом случае (за исключением геотермальных источников), вывод АСТС на заданный температурный режим требует затрат энергоресурсов. Поэтому оптимизация с точки зрения минимизации затрат энергоресурсов в переходном режиме является важной задачей.

Известно, что процесс теплопередачи сопровождается процессом перемешивания воды, т.е. процессом рециркуляции. Отсюда этот процесс может быть описан системой дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, являющихся упрощенной моделью уравнений Навье-Стокса. При этом величина запаздывания τ в нашем случае может быть определена на основе конструктивных параметров элементов контура отопления и номинальной скорости цирку-

ляции воды. В результате, структурную схему контура отопления можно представить следующим образом (рис. 8) и для нее записать следующую систему дифференциально-разностных уравнений с последствием:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= k_1[x_1(t) - T^0] + k_2[x_2(t - \tau) - x_1(t)], \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= k_u u_i - k_3[x_2(t) - x_1(t - \tau)] \end{aligned} \quad (27)$$

при заданных граничных условиях:

$$\begin{aligned} x_1(0) &= x_2(0) = 0, \\ x_1(T) &= x_2(T) = T^0. \end{aligned}$$



Рис. 8. Структурная схема контура отопления

Здесь $x_1(t)$, $x_2(t)$ – температура в батареях и в змеевике контура отопления.

Цель оптимального управления состоит в том, чтобы в конечный момент времени $t = T$ при минимальных затратах энергии обеспечит вывод температуры в контуре отопления на заданное значение T^0 . Для такой постановки задачи функционал стоимости определяется выражением:

$$I = [x_1(T) - T^0] + \int_0^T c u_i^2(t) dt. \quad (28)$$

Также будем считать, что температура в баке-аккумуляторе на интервале времени $[-\tau, 0]$ равнялась нулю, что соответствует реальному состоянию отопительной системы до начала работы. Решение оптимальной задачи для системы (27) весьма сложно и невозможно в аналитическом виде из-за эффекта последствия. Авторами в [7] предложен метод фиктивной переменной, позволяющий свести исходную систему с последствием к системе обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнения переноса, для которых применимы известные методы оптимизации.

Учитывая сказанное, перейдем от записи (27) к записи вида:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1(t)}{dt} &= -k_1[x_1(t) - T^0] + k_2[z_2(t) - x_1(t)], \\
 \frac{dx_2(t)}{dt} &= k_u u_i - k_3[x_2(t) - z_1(t)], \\
 \frac{dy_1(t, \theta)}{dt} + k_4 \frac{dy_1(t, \theta)}{dt} &= -k_5[y_1(t, \theta) - T^0], \\
 \frac{dy_2(t, \theta)}{dt} + k_4 \frac{dy_2(t, \theta)}{dt} &= -k_5[y_2(t, \theta) - T^0]
 \end{aligned} \tag{29}$$

при граничних умовах:

$$\begin{aligned}
 y_1(0, \theta) = 0, \quad y_2(0, \theta) = 0, \\
 y_1(t, 0) = x_1(t), \quad y_2(t, 0) = x_2(t),
 \end{aligned} \tag{30}$$

где: $z_1(t) = y_1(t, \theta)$, $z_2(t) = y_2(t, \theta)$, $x_1(t), x_2(t)$ – температура соответственно в радиаторах отопления и в змеевике контура отопления; $y_1(t, \theta)$ и $y_2(t, \theta)$ – температура в трубопроводах; $u_i = u$ – приведенное управление, связанное с расходом энергии на изменение температуры теплоносителей ($0 \leq u_i \leq u_{\max}$); T^0 – заданная температура; k_1 – константы. В качестве метода оптимизации используем принцип максимума [5].

Для уравнений системы (29) и (30) составим гамильтонианы:

$$\begin{aligned}
 H_\psi &= \psi_0 c u^2(t) + \psi_1 [-T^0] + k_2 [y_2(t, \tau) - x_1(t)] + \psi_2 [k_u u_i - k_3 (x_2(t) y_2(t, \tau))], \\
 K_\psi &= -\varphi_1 k_5 [y_1(t, \theta) - T^0] - \varphi_2 k_5 [y_2(t, \theta) - T^0],
 \end{aligned} \tag{31}$$

где ψ_i, φ_j – вспомогательные переменные.

В этом случае система сопряженных уравнений и граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \psi_0(t)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \psi_1(t)}{\partial t} &= (k_1 + k_2) \psi_1(t) - k_5 \varphi_1(t, 0), \\
 \frac{\partial \psi_2(t)}{\partial t} &= k_3 \psi_2(t) - k_5 \varphi_2(t, 0), \\
 \psi_0(T) = -c; \quad \psi_1(T) &= -2(x_1(T) - T^0), \quad \psi_2(T) = -0.
 \end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + k_4 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \theta} &= k_5 \varphi_1; \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + k_4 \frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta} = k_5 \varphi_2, \\
 \varphi_1(t, \tau) &= \frac{k_3}{k_4} \psi_2(t); \quad \varphi_2(t, \tau) = \frac{k_2}{k_u} \psi_1(t), \\
 \varphi_1(T, \theta) = 0; \quad \varphi_2(T, \theta) &= 0; \quad t \in [0, T]; \quad \theta \in [0, \tau].
 \end{aligned} \tag{33}$$

Так как оптимальное управление должно обеспечивать максимум гамильтониана, следовательно

$$u^{\text{опт}}(t) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ когда } \frac{k_u}{2c} \psi_2 < 0, \\ \frac{k_u}{2c}, \text{ когда } 0 < \frac{k_u}{2c} \leq u_{\text{max}}, \\ u_{\text{max}}, \text{ когда } \frac{k_u}{2c} > u_{\text{max}}. \end{array} \right. \quad (34)$$

Для определения закона изменения траектории ψ_2 необходимо, используя формулу оптимального управления (34), решить совместно вспомогательные уравнения (32), (33) и уравнения (29), (30). Совместное решение указанных уравнений является решением краевой задачи. В общем случае решение таких задач требует применения методов вычислительной математики [6].

В данном случае можно предложить следующую итерационную процедуру.

Шаг 1. Задать некоторое начальное значение $x_1(T)$ и вычислить $\psi_1(T) = 2 - 2(x_1(T) - T^0)$.

Шаг 2. Проинтегрировать сопряженную систему уравнений (13) в обратном времени от $t = T$ до $t = 0$ и определить $\psi_2(t)$ и $\psi_1(t)$.

Шаг 3. Из (15) определить $u(t)$.

Шаг 4. Подставив найденное значение $u(t)$ в (19) и проинтегрировав данную систему от $t = 0$ до $t = T$, определить новое значение $x_1(T)$.

Шаг 5. Если найденное значение $x_1(T)$ отличается от заданного первоначально, переходим к шагу 1. Если же они близки (с заданной степенью точности), то найденное управление является оптимальным. Данный алгоритм может быть использован и в случае одновременного вывода контуров отопления и ГВ на стационарный режим.

Стационарный режим. Заключается в стабилизации (поддержании) заданного температурного режима при небольших изменениях температуры внешней среды и текущего объема потребления горячей воды. Считаем, что температура первичного нагревателя стабильна и соответствует заданным температурным режимам. Для контура отопления основным условием возможности управления этим режимом является то, что время нагрева в змеевике контура отопления должно быть намного меньше времени циркуляции воды в этом контуре. В этом случае стабилизация температурного режима обеспечивается с помощью циркуляционного насоса соответствующим изменением скорости циркуляции воды. Стабилизация температурного режима контура подачи ГВ полностью определя-

ется стабильностью температуры бака-аккумулятора, которая, в свою очередь, может быть обеспечена как предложенной авторами конструктивной обратной связью [2], так и автоматической компенсацией расхода воды. При этом основным условием является то, что время нагрева воды в змеевике контура ГВ, определяемое из динамической модели МТАБ, должно быть намного меньше времени перемешивания воды в баке-аккумуляторе.

Выводы

В данной работе даны практические рекомендации по выбору оптимальных конструктивных параметров МТАБ в процессе проектирования АСТС и их уточнения в процессе эксплуатации, определения на основе имитационного моделирования оптимальных температурных режимов в контурах отопления и подачи ГВ, разработаны алгоритмы оптимизации энергозатрат в АСТС при их эксплуатации.

Список использованных источников

1. Воронцов С. Б., Сменковский А. Ю. Аналіз ефективності виконання державних програм енергозбереження / Стратегічні пріоритети. 2011. №3 (20), р. 83-89 с.
2. Патент № 81831, Україна, МПК F24D 11/00/ Багатоконтурний теплообмінний апарат змєєвикового типу для незалежних систем опалення та гарячого водопостачання / А.О. Олексюк, И.Г. Шитикова.- Донбаська нац.акад.буд. та арх.; заявл. 04.02.2013; опубл. 10.07.2013, Бюл.№13.
3. Алямовский, А. А. SolidWorks 2007/2008. Компьютерное моделирование в инженерной практике. / А.А. Алямовский, А.А. Собачкин, Е.В. Одинцов, А.И. Харитонов, Н.Б. Пономарев. – СПб. : БХВ-Петербург, 2008. – 1040 с.
4. Міхеєв М. А. Основи теплопередачі/ М.А.Міхеєв, И.М. Міхеєва . – Навчальний посібник. – М: Вища школа, 1977.–336 с..
5. Атанс М., Фалб П. Оптимальное управление. М.: Машиностроение, 1968. - 764 с.
6. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. К.: Видавнична група ВНУ, 2006. – 480 с.
7. А. А. Стенин, О. И.Лисовиченко, В. П. Пасько, М. А. Солдатова. Оптимизация энергозатрат в динамических системах с последствием. Bulgarian Journal for Engineering Design, issue № 27, July 2015, pp. 83-87.
8. Трофимчук А.Н. Методы суперпозиции, собственных функций и ортогональных многочленов в граничных задачах теории упругости и акустики / Гомилко А.М., Савицкий О.А., Трофимчук А.Н. – Киев: Наукова Думка, 2016. – 435 с.
9. Олексюк А. А. Динамические характеристики подогревательно-аккумуляторных установок / А. А. Олексюк, А. М. Трофимчук, И. Г. Шитикова // Обчислювальна і прикладна математика. – 2016. – №1(121). – С. 78-88.