УДК 621.50

А.А. Стенин, В.П. Пасько, А.С. Стенин

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСХОДА ЭНЕРГИИ ПРИ УПРАВЛЕНИИ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Аннотация: Рассматриваются задача синтеза замкнутого оптимального по расходу энергии закона управления линейными нестационарными объектами с монотонными знакопостоянными коэффициентами. Цель работы: определение оптимального закона управления линейными нестационарными объектами в аналитическом виде. Решается линейно-квадратичная задача оптимизации, в которой для нахождения фундаментальной матрицы предлагается использовать математический аппарат принципа максимума Понтрягина и функций Уолша. Это позволяет получить приближенное представление искомой матрицы в виде рядов Уолша, постоянные коэффициенты которых определяются при решении системы алгебраических уравнений, что даёт возможность реализовать замкнутый оптимальный закон управления в аналитическом виде.

Ключевые слова: нестационарность, интегральный квадратичный функционал, уравнение Риккати, фундаментальная матрица, функции Уолша, замкнутое оптимальное управление.

Введение

Важным классом критериев качества при решении задачи синтеза оптимальных систем управления являются интегральные квадратичные функционалы. Этот класс критериев интересен прежде всего потому, что при отсутствии ограничений на вектор управляющих воздействий и некоторых предположениях относительно матриц, входящих в функционал, рассматривая линейные объекты, можно получить аналитическое выражение для оптимального управления и построить оптимальную систему управления с линейной обратной связью. В этом случае синтез оптимальной системы можно выполнить аналитически методом теории оптимального управления. В данной работе используется принцип минимума, который для линейных нестационарных объектов (ЛНО) при отсутствии ограничений на вектор управления позволяет получить необходимые и достаточные условия оптимальности для этого класса функционалов.

Известно, что все реальные объекты управления (ОУ) в той или иной мере являются нелинейными и нестационарными. Анализ и синтез систем управления для таких объектов представляет собой сложную математическую проблему, решение которой до настоящего времени получено для некоторых частных случаев. Однако большинство ОУ позволяет принять в качестве математической модели нестационарную и линеаризованную систему уравнений и применить развитый математический аппарат решения линейных нестационарных дифференциальных уравнений к решению задач управления. Несмотря на это, синтез оптимальных систем управления для таких объектов по-прежнему остается сложной задачей в виду меняющихся во времени параметров ОУ. Методы ее решения во многом зависят от ограничений, наложенных на векторы состояния и управления, на время управления, и целей оптимизации.

Постановка задачи

Предметная область исследований в работе ограничена классом непрерывных ЛНО с монотонными и знакопостоянными параметрами, которые описывают значительное число ОУ, и рассмотрением задач синтеза систем управления, обеспечивающих минимальный расход топливно-энергетических ресурсов, с фиксированным временем управления – заданы t_0 и $T = T_f$, динамика которых описывается дифференциальным уравнением вида

$$\dot{\bar{x}}(t) = A(t)\bar{x}(t) + B(t)\bar{u}(t),\ t \in [t_0, T_f],\ \bar{x}(t_0) = \overline{x^0}\ , \tag{1}$$

где $A(t) = \{a_{ij}(t)\}$, $B(t) = \{b_{ik}(t)\}$ – матрицы размера ($n \times n$) и ($n \times m$) соответственно, элементы которых являются знакопостоянными

$$sign[a_{ij}(t)] = const, sign[b_{ik}(t)] = const \tag{2}$$

и монотонными

$$sign[da_{ij}(t)/dt] = const, sign[db_{ik}(t)/dt] = const \tag{3}$$

функциями, имеют непрерывные первые производные и ограниченные области определения на интервале времени $[t_0, T_f]$.

Требуется найти управление $\bar{u}(t) \in E^m$, переводящее ЛНО (1) из заданного начального состояния $\bar{x}(t_0)$ в нулевое конечное $\bar{x}(T_f) = 0$ за фиксированный промежуток времени $[t_0, T_f]$ и минимизирующее функционал

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{T_f} \bar{u}^T(t)R(t)\bar{u}(t)dt. \tag{4}$$

Оптимальный закон управления для этой задачи может быть получен с помощью принципа максимума. В силу положительной определенности матрицы $R(t)$ управление

$$\bar{u}^*(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)\bar{p}^*(t) \tag{5}$$

обеспечивает минимум функции Гамильтона для ЛНО (1) и функционала (4) [2].

Обзор существующих решений

Для решения данной задачи синтеза оптимального управления могут быть использованы следующие основные методы оптимизации: вариационное исчисление, динамическое программирование и принцип максимума (минимума) Понтрягина.

ISSN 1560-8956

Первый из них, классический метод вариационного исчисления для решения задачи оптимального управления приводит к известному уравнению Эйлера-Лагранжа, которое должно быть решено при заданных граничных условиях для получения оптимальной траектории и оптимального управления. Метод предполагает непрерывность и дополнительные условия гладкости функции и искомых вектор-функций, а также открытость допустимых областей их изменения, что зачастую не выполнимо на практике.

Трудность использования метода динамического программирования обусловлена требованием дифференцируемости вспомогательной функции во всех точках фазового пространства, что не выполняется при предельных значениях координат состояния, а также по времени, отсутствием общего способа определения вспомогательной функции в явной аналитической форме для нестационарных систем и общего метода решения такого уравнения в частных производных. Кроме того, при наличии ограничений на управляемые воздействия типа неравенств, оптимальное управление, полученное с использованием динамического программирования, становится сложной функцией фазовых координат, что делает его неприменимым в технических системах.

Указанные проблемы обусловили использование в работе математического аппарата принципа минимума. Основная трудность при решении задачи синтеза оптимальных систем управления по квадратичному функционалу качества состоит в выявлении связи вспомогательной переменной $\overline{p}^*(t)$и состояния $\overline{x}^*(t)$, которая в случае ЛНО приводит к решению нелинейного нестационарного матричного дифференциального уравнения Риккати в обратном времени [2]. Кроме того, техническая реализация оптимального закона управления с переменной матрицей усиления весьма затруднительна.

Связь между $\overline{p}^*(t)$ и $\overline{x}^*(t)$ может быть определена с помощью фундаментальной матрицы решения системы канонических уравнений. Для ЛНО аналитическое выражение для фундаментальной матрицы в общем случае получить невозможно. В работах [3,4] предлагается находить фундаментальную матрицу системы линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами приближенно, воспользовавшись разложениями в ряды по различным системам линейно-независимых функций. Матрицу переходов в дальнейшем используют для получения закона оптимального управления ЛНО по квадратичному функционалу качества.

Для получения оценок переменных коэффициентов дифференциальных уравнений применяют различные прямые методы, среди которых наибольшую популярность приобрели следующие методы: наименьших квадратов и различные его варианты, дифференциальной аппроксимации, стохастической аппроксимации, последовательного интегрирования и др. Каждый из них имеет свои преимущества и недостатки, но все они применимы в случае принятия предположений (2) и (3) об изменения параметров ОУ. Здесь основная трудность состоит в разбиении исследуемого интервала на подинтервалы постоянства параметров, длительность которых обычно подбирается в зависимости от заданной точности аппроксимации с помощью ЭВМ многократным повторением решения при различных вариантах дробления данного интервала. Однако, при наличии значительного числа переменных коэффициентов эта процедура оказывается весьма длительной. Одно из решений данной проблемы состоит в адаптивном подходе к определению рабочих подинтервалов. Также при изменении режимов функционирования объекта могут нарушаться условия (2) и (3), поэтому полученные разбиение интервала и оценки параметров не позволяют получить достоверных результатов при дальнейшем использовании такой модели в алгоритмах управления.

Точность и достоверность результатов может быть существенно повышена, если на интервале наблюдения процесса динамические характеристики объекта аппроксимировать конечными суммами ортогональных функций. При синтезе получаемых таким методом моделей основная задача – выбор определенной системы аппроксимирующих функций и определение числа коэффициентов, от которых в основном зависит требуемая точность аппроксимации динамических характеристик объекта. Такие модели имеют высокую эффективность, так как структура их несложна, они просто реализуются, обладают большой гибкостью и универсальностью, достаточной точностью аппроксимации.

Решение задачи

Рассмотрим решение линейно-квадратичной задачи оптимизации, в которой для нахождения фундаментальной матрицы предлагается использовать математический аппарат принципа минимума [2] и функций Уолша [5]. Запишем каноническую систему уравнений с учетом (5) в упрошенной канонической форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}^*(t) \\ \dot{\bar{p}}^*(t) \end{bmatrix} = N(t) \begin{bmatrix} \bar{x}^* \\ \bar{p}^* \end{bmatrix} \tag{6}$$

с граничными условиями

$$\bar{x}^*(t_0) = \bar{x}^{(0)}, \bar{x}^*(T_f) = \bar{0}. \tag{7}$$

Здесь $N(t)$ – матрица размерности $(2n \times 2n)$, имеющая блочную структуру

$$N(t) = \begin{bmatrix} A(t) & -B(t)R^{-1}(t)B^T(t) \\ 0 & -A^T(t) \end{bmatrix}$$

 ISSN 1560-8956

Пусть $W(t,t_0)$ – матрица переходов системы (6) размерности $(2n\times 2n)$, которая также может быть представлена в виде блочной матрицы

$$W(t,t_0)=\begin{bmatrix} W_{11}(t,t_0) & W_{12}(t,t_0) \\ W_{21}(t,t_0) & W_{22}(t,t_0) \end{bmatrix}.$$

Из основного соотношения

$$\begin{bmatrix} \bar{x}^*(t) \\ \bar{p}^*(t) \end{bmatrix}=W(t,t_0)\begin{bmatrix} \bar{x}^*(t_0) \\ \bar{p}^*(t_0) \end{bmatrix} \tag{8}$$

учитывая (7) и предполагая, что $W_{12}(T_f,t_0)$ невырождена, следует, что

$$\bar{p}^*(t_0)=-W_{12}^{-1}(T_f,t_0)W_{11}(T_f,t_0)\bar{x}^*(t_0).$$

Тогда уравнения (8) получим в виде

$$\bar{x}^*(t)=[W_{11}(t,t_0)-W_{12}(t,t_0)W_{12}^{-1}(T_f,t_0)W_{11}(T_f,t_0)]\bar{x}^*(t_0)=K_1(t)\bar{x}^*(t_0), \tag{9}$$

$$\bar{p}^*(t)=[W_{21}(t,t_0)-W_{22}(t,t_0)W_{12}^{-1}(T_f,t_0)W_{11}(T_f,t_0)]\bar{x}^*(t_0)=K_2(t)\bar{x}^*(t_0). \tag{10}$$

Подстановка соотношения (10) в (5) позволяет записать закон оптимального управления следующим образом:

$$\bar{u}^*(t)=-G(t)\bar{x}^*(t_0), \tag{11}$$

где изменяющаяся во времени матрица коэффициентов усиления $G(t)$ размерности $(m\times n)$ имеет вид

$$G(t)=R^{-1}(t)B^T(t)K_2(t). \tag{12}$$

Так как $R(t)$, $B(t)$ заданы, то для определения $G(t)$ необходимо найти фундаментальную матрицу $W(t,t_0)$.

Матрица $W(t,t_0)$ является решением уравнения состояния

$$\dot{W}(t,t_0)=N(t)W(t,t_0) \tag{13}$$

с начальным условием $W(t,t_0)=E$.

Для решения уравнения (13) воспользуемся математическим аппаратом функций Уолша. Полагаем, что найдено приближение элементов матриц

$$A(t)=\{a_{ij}(t)\},B(t)=\{b_{ik}(t)\}\ \ (i,j=\overline{1,n}),\ \ (k=\overline{1,m})$$

в виде рядов по системе функций Уолша, постоянные коэффициенты которых определяются либо по известным формулам [5] в случае, если известно математическое описание объекта, либо с использованием алгоритма параметрической идентификации ЛНО, предложенного авторами в работе[6]. В силу того, что матрица $R(t)=\{r_{ik}(t)\}(i,k=\overline{1,m})$ задана, ее элементы также могут быть аппроксимированы рядами функций Уолша, то есть для элементов матриц $A(t)$,

$B(t)$, $R(t)$ рядами Уолша имеем:

$$a_{ij}(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} a_r^{(ij)} \phi_r(t) \;\; (i,j=\overline{1,n}), A(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} A_r \phi_r(t), A_r = \{a_r^{(ij)}\} \;\; (r=\overline{0,R-1}); \quad (14)$$

$$b_{ik}(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} b_r^{(ik)} \phi_r(t) \;\; (i=\overline{1,n}),(k=\overline{1,m}), B(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} B_r \phi_r(t), B_r = \{b_r^{(ij)}\} \;\; (r=\overline{0,R-1}); \quad (15)$$

$$r_{ik}(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} r_r^{(ik)} \phi_r(t) \;\; (i,k=\overline{1,m}), R(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} R_r \phi_r(t), R_r = \{r_r^{(ij)}\} \;\; (r=\overline{0,R-1}); \quad (16)$$

С помощью ряда Уолша матрицы $N(t)=\{n_{ij}(t)\}$ и $W(t,t_0)=\{w_{ij}(t,t_0)\}$ $(i,j=\overline{1.2n})$ на интервале $[t_0,T_f]$ представим в виде

$$N(t) \approx \begin{bmatrix} \overline{n}^{(11)T} & \cdots & \overline{n}^{(1,2n)T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{n}^{(2n,1)T} & \cdots & \overline{n}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\phi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\phi}_R(t) \end{bmatrix};$$

$$W(t,t_0) \approx \begin{bmatrix} \overline{w}^{(11)T} & \cdots & \overline{w}^{(1,2n)T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{w}^{(2n,1)T} & \cdots & \overline{w}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\phi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\phi}_R(t) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где $\overline{\phi}_R^T(t)=\{\phi_0(t),...,\phi_r(t),...,\phi_{R-1}(t)\}$ – R-мерный вектор функций Уолша, заданных на интервале $[t_0,T_f]$; $\overline{n}^{(ij)T}=\{n_0^{(ij)},...,n_r^{(ij)},...,n_{R-1}^{(ij)}\}$ – R-мерные вектор постоянных коэффициентов разложения в ряд Уолша известной функции $n_{ij}(t)$; $\overline{w}^{(ij)T}=\{w_0^{(ij)},...,w_r^{(ij)},...,w_{R-1}^{(ij)}\}$ – R-мерный вектор постоянных неизвестных коэффициентов разложения в ряд Уолша искомой функции $W_{ij}(t,t_0)$. Интегрируем уравнение (13), получим

$$W(t,t_0) - E = \int_{t_0}^{t} N(t')W(t',t_0)dt' \quad (18)$$

Обозначим подынтегральное выражение в (18) как

$$C(t) = N(t)W(t,t_0),$$

где $C(t)=\{c_{ik}(t)\}$ - матрица размерности ($2n \times 2n$), элементы которой определяем следующим образом:

$$c_{ik}(t) = \sum_{j=1}^{2n} \overline{n}^{(ij)T} \overline{\phi}_R(t) \overline{w}^{(jk)} \phi_R(t)$$

Здесь $\overline{c}_j^{(ik)T}=\{c_{j,0}^{(ik)},...,c_{j,r}^{(ik)},...,c_{j,R-1}^{(ik)}\}$ – R-мерный вектор постоянных коэффициентов, элементы которого составлены из суммы произведений коэффициентов разложения $n_r^{(ij)}, w_r^{(jk)}$ в ряд Уолша функций $n_{ij}(t), w_{jk}(t,t_0)$ и могут быть определена следующим образом:

$$c_{j,r_1}^{(ik)} = \sum_{r=0}^{R-1} n_r^{(ij)} w_{r\oplus r_1}^{(jk)} \quad (r_1 = \overline{0, R-1});$$

$\overset{-}{c}^{(ik)T} = \{c_0^{(ik)},\ldots,c_r^{(ik)},\ldots,c_{R-1}^{(ik)}\}$ – R-мерный вектор постоянных коэффициентов, элементы которого могут быть определены как

$$c_r^{(ik)} = \sum_{j=1}^{2n} c_{j,r}^{(ik)} \quad (r = \overline{0, R-1}).$$

Тогда матрица $C(t)$ может быть определена аналогично $N(t), W(t,\, t_0)$ как

$$C(t) \approx \begin{bmatrix} \overset{-}{c}^{(11)T} & \cdots & \overset{-}{c}^{(1,2n)T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overset{-}{c}^{(2n,1)T} & \cdots & \overset{-}{c}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\phi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\phi}_R(t) \end{bmatrix}; \tag{19}$$

Для удобства дальнейших преобразований представим единичную матрицу I размера $(2n \times 2n)$ из уравнения (19) в виде

$$I = \begin{bmatrix} c^{-1(1,1)T} & \cdots & 0 \\ \vdots & c^{-(i,i)T} & \vdots \\ 0 & \cdots & c^{-(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\varphi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\varphi}_R(t) \end{bmatrix} \tag{20}$$

где $c^{-(i,i)T} = \{1,0,\ \ldots,\ 0\}$ – R-мерный вектор. Учитывая, что $\phi_0(t) = E$ на всем интервале $[t_0, T_f]$, такое представление возможно.

Подставим (17), (19) и (20) в уравнение (18). Используя известное соотношение

$$\int_0^x \overline{\phi}_N(x')dx' \approx P_{(N\times N)}\, \overline{\phi}_N(x)$$

для приближенного интегрирования и выражение для операционной матрицы интегрирования [7]

$$P_{(N\times N)} = \begin{bmatrix} 1/2 & & & & \\ & 0 & -2/N\,E_{(N/8)} & & \\ & & & -1/N\,E_{N/4} & \\ 2/N\,E_{(N/8)} & & O_{(N/8)} & & -1/2N\,E_{N/2} \\ & 1/N\,E_{(N/4)} & & O_{(N/4)} & \\ & & 1/2N\,E_{N/2} & & O_{(N/2)} \end{bmatrix},$$

которая с учетом рассматриваемого интервала $[t_0, T_f]$ может быть определена как $P'_{(R\times R)} = (T_f - t_0)P_{(R\times R)}$, получим

$$\begin{bmatrix} \overline{w}^{(11)T} & \cdots & \overline{w}^{(1,2n)T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{w}^{(2n,1)T} & \cdots & \overline{w}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\phi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\phi}_R(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \overline{e}^{(11)T} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{e}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\phi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\phi}_R(t) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \overline{c}^{(11)T} & \cdots & \overline{c}^{(1,2n)T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{c}^{(2n,1)T} & \cdots & \overline{c}^{(2n,2n)T} \end{bmatrix} \otimes P'_{(R\times R)} \begin{bmatrix} \overline{\phi}_R(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \overline{\phi}_R(t) \end{bmatrix},$$

где $\otimes$ – прямое произведение. Приравнивая коэффициенты при $\overline{\phi}_R(t)$ в обеих частях уравнения, получим

$$\begin{aligned} &\overline{w}^{(ii)T} - \overline{e}^{(ii)T} = \overline{c}^{(ii)T} P'_{(R\times R)}, \ i = k, \\ &\overline{w}^{(ik)T} = \overline{c}^{(ik)T} P'_{(R\times R)}, \ i \neq k \ \ (i,k = \overline{1,2n}). \end{aligned} \tag{21}$$

Уравнения (21) представляют собой систему $(2n \times 2n \times R)$ линейных алгебраических уравнений, которые используются для определения неизвестных коэффициентов разложения $W_r^{(ik)}$ $(r = \overline{0, R-1}), (i,k = \overline{1,2n})$ элементов переходной матрицы $W(t,t_0)$ в ряд Уолша.

Матрицы $K_1(t), K_2(t)$ размера $(n \times n)$ на основе полученных коэффициентов разложения в ряд Уолша элементов матрицы $W(t,t_0)$ из уравнений (21) запишем аналогично соотношениям (14) - (16) в виде

$$k_{1ij}(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} k_{1r}^{(ij)} \phi_r(t) \ \ (i,j = \overline{1,n}), K_1(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} K_{1r}\phi_r(t), K_{1r} = \{k_{1r}^{(ij)}\} \ \ (r = \overline{0,R-1}); \tag{22}$$

$$k_{2ij}(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} k_{2r}^{(ij)} \overline{\phi}_r(t) \ \ (i,j = \overline{1,n}), K_2(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} K_{2r}\phi_r(t), K_{2r} = \{k_{2r}^{(ij)}\} \ \ (r = \overline{0,R-1}); \tag{23}$$

Подстановка соотношений (23) в (12) позволяет определить матрицу усиления оптимального управления (12) в виде

$$G(t) \approx \sum_{r=0}^{R-1} R_r^{-1} B_r^T K_{2r} \phi_r(t). \tag{24}$$

Таким образом, на основе принципа минимума определена структура оптимальных законов управления (24) для линейно-квадратичных задач на минимум энергии.

Выводы

Для установления связи между вспомогательным вектором $\overline{p}^{*}(t)$ и вектором состояния $\overline{x}^{*}(t)$ используется фундаментальная матрица системы упрощенных канонических уравнений. Нахождение фундаментальной матрицы осуществляется с использованием математического аппарата функций Уолша. Это позволяет получать приближенное представление искомой матрицы в виде рядов Уолша, постоянные коэффициенты которых определяются путем решения системы алгебраических уравнений. В результате применения такого подхода матрица оптимальных законов управления (24) также определена в терминах функций Уолша. Элементы матрицы являются кусочно-постоянными функциями, что значительно упрощает их реализацию по сравнению с нестационарными матрицами оптимального управления, полученными на основе решения уравнения Риккати. Предложенный подход может быть обобщён и на случай оптимального управления при неизвестных коэффициентах объекта управления с использованием предложенной авторами в работах [6,7] параметрической сплайн-идентификации.

Список использованных источников

1. Атанс М. Оптимальное управление / Атанс М., Фалб П. – М.: Машиностроение, 1968.– 764 с.

2. Shin D.H. Analysis and parameter estimation of a Scaled system via shifted hegendre polynomials / Shin D.H., Chukung F. // Int. J. Syst. Sci, 1986. – v.17.- № 3. – P.400-408.

3. Chang Y.F. Analysis and identification distributed systems via double general polynomials // Int. J. Contr. – 1986. – P. 395-405.

4. Chen C.F. Walsh series analysys in optimal control / Chen C.F., Hsiao C.H. // Int. J. Contr.- 1975. – v.21.-№6. – P.881-897.

5. Стенин А.А.. Адаптивная параметрическая сплайн-идентификация линейных нестационарных систем / А.А.Стенин, Е.Ю.Мелкумян, Писаренко Ю.В., Солдатова М.А. //АСАУ. 2014.–- Вип. 1(24). С. 113-121.

6. Стенин А. А.. Обобщенный алгоритм идентификации линейных динамических систем на базе сплайн-функций и функцийУолша / А. А. Стенин, М. М. Ткач, Е. Ю. Мелкумян // АСАУ. 2012. – Вип. 20(40). С. 131-136.