УДК 621.396.4

Е. Н. Тачинина

МЕТОД КОНСТРУИРОВАНИЯ ВЕТВЯЩЕЙСЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО РОБОТА

Аннотация. В статье изложен метод конструирования ветвящейся траектории движения информационного робота, представляющего собой составную динамическую систему. Сформулированы в терминах теории оптимального управления условия оптимальности ветвящейся траектории составной динамической системы с текущим моментом разделения.

Ключевые слова: составная динамическая система, оптимальное управление, ветвящаяся траектория.

Введение

На сегодняшний день успехи, достигнутые в разработке беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) как военного, так и гражданского назначения, создают технологические условия для расширения областей их применения. Одним из перспективных направлений является создание информационного робота на базе БПЛА для оперативного сбора и передачи информации о состоянии оперативного ландшафта и окружающей среды на охраняемых территориях объектов критической инфраструктуры, в зоне стихийных бедствий природного и техногенного характера.

Информационный робот (ИР) представляет собой составную динамическую систему (СДС) [3], элементами которой являются: базовый БПЛА (БПЛА-носитель); группа мобильных, разнородных БПЛА (дроны), оснащенных мультисенсорами и связанных между собой посредством единой информационно-телекоммуникационной сети.

Базовый БПЛА используется: в качестве аэроплатформы для доставки и первичного размещения дронов в исследуемой зоне; для сбора, накопления, предварительной обработки оперативной информации, получаемой от дронов, и ретрансляции полученных данных в реальном масштабе времени в командный пункт управления.

Эффективное использование информационного робота требует решения задачи поиска оптимального управлением его составными элементами.

Постановка задачи

В работах [2, 4, 5] получены необходимые условия оптимальности ветвящейся траектории, по которой перемещается СДС для случаев фиксированного и свободного моментов времени разделения СДС на подсистемы. Задача существенно усложняется, если требуется синтезировать траекторию движения СДС в предположении, что разделение может произойти в каждый текущий момент времени.

Такого рода задачи могут возникать при оперативном размещении дронов (для развертывании сенсорной сети), при сбросе груза спасателям и потерпевшим в случае, когда координаты точек сброса дронов или груза заранее неизвестны и зависят от динамики развития чрезвычайной ситуации или текущего места расположения спасателей и потерпевших.

Целью данной статьи является изложение метода конструирования ветвящейся траектории движения информационного робота, представляющего собой составную динамическую систему, позволяющего сформулировать в терминах теории оптимального управления условия оптимальной ветвящейся траектории СДС в предположении, что разделение может произойти в каждый текущий момент времени.

Рассмотрим в качестве примера движение гипотетического информационного робота, который состоит из базового БПЛА и двух дронов. В процессе движения составные элементы ИР будут отделяться с целью индивидуального выполнения задачи. Схема ветвления траектории движения составных элементов ИР представлена на рис. 1.

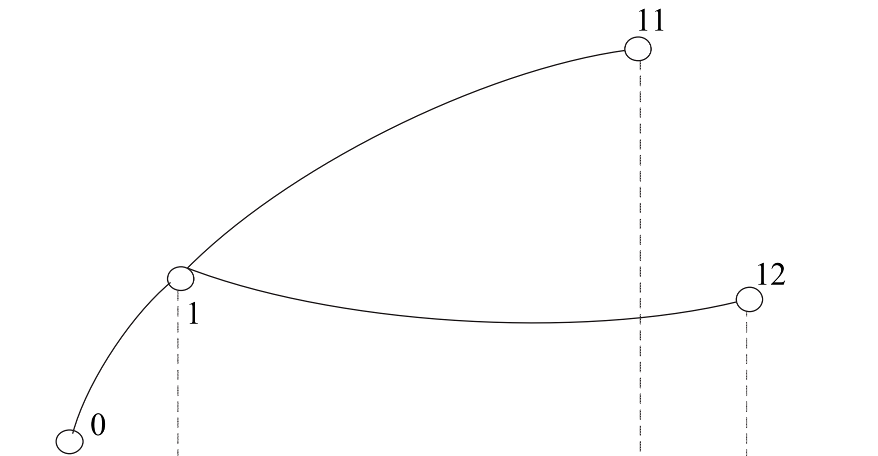

Рис. 1. - Пример схемы ветвления траектории движения составных элементов информационного робота

Траектория такой СДС (рис.1) относится к классу ветвящихся траекторий и состоит из трех участков: 0-1 – участок совместного движения ИР; 1-11, 1-12 – участки движения подсистем после отделения. Векторные функции и переменные, описывающие динамику движения СДС на участках 0-1, 1–11 и 1–12 будем отмечать соответственно, индексами 1, 11, 12, стоящими слева внизу, а скалярные функции и переменные – теми же индексами, но стоящими справа внизу.

Метод конструирования ветвящейся траектории движения составной динамической системы с текущим моментом разделения

Рассмотрим математическую постановку задачи. Допустим динамика движения СДС описывается уравнением

$$ {}_1\dot{x} = {}_1 f({}_1 x, {}_1 u, t), \; t \in [t_0, \tau], \tag{1}$$

где ${}_1 x \in E^n$ –вектор состояния, ${}_1 u \in \Omega_1 \subset E^{m_1}$ –вектор управляющих воздействий, $\tau \in [t_1', t_1'']$.

СДС начинает движение из многообразия

$$Q_0 = \left\{ ({}_1 x(t_0), t_0) : \varphi_l^{(0)}({}_1 x(t_0), t_0) \begin{cases} \le 0, l = \overline{1, r_0^{(0)}}; \\ = 0, l = \overline{r_0^{(0)} + 1, r^{(0)}}; \end{cases} \right\}, \tag{2}$$

где $r^{(0)} - r_0^{(0)} < n+1$.

На многообразии

$$Q_1 = \left\{ ({}_1 x(\tau), \tau) : \varphi_1^{(1)}({}_1 x(\tau), \tau) \begin{cases} \le 0, l = \overline{1, r_1^{(1)}}; \\ = 0, l = \overline{r_1^{(1)} + 1, r^{(1)}}; \end{cases} \right\}, \tag{3}$$

где $r^{(1)} - r_1^{(1)} < n+1$, от СДС может отделиться две подсистемы

$$ {}_{1i}\dot{x} = {}_{1i} f({}_{1i} x, {}_{1i} u, \eta), \; \eta \in [\tau, t_i^\tau], \tag{4}$$

где ${}_{1i} x \in E^n$, ${}_{1i} u \in \Omega_{1i} \subset E^{m_{1i}}$ $(i = 1, 2)$,

Отелившиеся подсистемы должны достичь конечных многообразий

$$Q_{1i} = \left\{ ({}_{1i} x(t_{1i}^\tau), t_{1i}^\tau) : \varphi_l^{(1i)} \begin{cases} \le 0, l = \overline{1, r_{1i}^{(1i)}}; \\ = 0, l = \overline{r_{1i}^{(1i)} + 1, r^{(1i)}}; \end{cases} \right\} \tag{5}$$

в нефиксированные моменты времени соответственно t_{1i}^τ $(i = 1, 2)$.

В момент времени разделения СДС фазовые координаты подсистем связаны соотношениями

$$ {}_1 x_p(\tau) = {}_{1i} x_p(\tau) \quad (p = \overline{1, n-1}) \tag{6}$$

$$ {}_{1i} x_n(\tau) = \xi_{1i} \, {}_1 x_n(\tau) \; (i = 1, 2) \tag{7}$$

где $\xi_{11} + \xi_{12} = 1$, n-я фазовая координата описывает в механических СДС изменение массы.

Задача состоит в отыскании такого процесса ${}_1 x(t)$, ${}_1 u(t)$, ${}_{1i} x(\eta)$, ${}_{1i} u(\eta)$, t_0, t_{1i}^τ $(i = 1, 2)$, который бы минимизировал критерий

$$I = I_1 + I_{11} + I_{12} \to \min \tag{8}$$

где

$$I_1 = S_1({}_1x(t_0), t_0; {}_1x(t_1'), {}_1x(t_1'')) + \int_{t_0}^{\tau} \Phi_1(x_1, u_1, \mathrm{t})d\mathrm{t}\,, \tag{9}$$

$$I_{1i} = S_{1i}({}_{1i}x(t_{1i}^{\tau}), t_{1i}^{\tau}) + \int_{\tau}^{t_{1i}^{\tau}} \Phi_{1i}({}_{1i}x, {}_{1i}u, \eta)d\eta \quad (i = 1{,}2) \tag{10}$$

при условии, что разделение СДС может произойти в каждый момент времени $\tau \in [t_1', t_1'']$.

Методика решения задачи (1)–(10) состоит в следующем. Рассматривается вспомогательная задача с конечным множеством значений возможных моментов времени отделения подсистем, составляется векторный критерий оптимизации, осуществляется приведение векторного критерия к аддитивной форме с использованием принципа псевдоветвления траектории СДС, и, наконец, через предельный переход ищется решение исходной задачи. Полагая, что разделение СДС на подсистемы произошло в один из моментов времени $t_1^{(j)} \in [t_1', t_1''], (j = \overline{1, N})$ приходим к следующей вспомогательной задаче векторной оптимизации

$$I^W = col[I^{(1)} \to \min, I^{(2)} \to \min, ..., I^{(N)} \to \min], \tag{11}$$

$$I^{(j)} = I_1^{(j)} + I_{11}^{(j)} + I_{12}^{(j)}, \tag{12}$$

$$I_1^{(j)} = S_1({}_1x(t_0), t_0); {}_1x(t_1'), {}_1x(t_1'')) + \int_{t_0}^{t_1^{(j)}} \Phi_1({}_1x, {}_1u, t)dt\,, \tag{13}$$

$$I_{1i}^{(j)} = S_{1i}({}_{1i}x(t_{1i}^{(j)}), t_{1i}^{(j)}) + \int_{t_1^{(j)}}^{t_{1i}^{(j)}} \Phi_{1i}({}_{1i}x, {}_{1i}u, \eta)d\eta \quad (i = 1{,}2)\,, \tag{14}$$

$${}_1\dot{x} = {}_1f({}_1x, {}_1u, t),\ t \in [t_0, t_1^{(j)}], \tag{15}$$

$${}_{1i}\dot{x} = {}_{1i}f({}_{1i}x, {}_{1i}u, \eta),\ \eta \in [t_1^{(j)}, t_{1i}^{(j)}], \tag{16}$$

$${}_1x \in E^n, {}_{1i}x \in E^n, {}_1u \in \Omega_1 \subset E^{m_1}, {}_{1i}u \in \Omega_{1i} \subset E^{m_{1i}}\ (i = 1, 2),$$

$${}_1x_p(t_1^{(j)}) = {}_{1i}x_p(t_1^{(j)}) \ \ (p = \overline{1,\ n\text{-}1}), {}_{1i}x_n(t_1^{(j)}) = \xi_{1i}\, {}_1x_n(t_1^{(j)}), \tag{17}$$

$$\xi_{1i} \geq 0\ (i = 1, 2),\ \xi_{11} + \xi_{12} = 1, \tag{18}$$

$$({}_1x(t_0), t_0) \in Q_0,\ ({}_1x(t_1^{(j)}), t_1^{(j)}) \in Q_1,$$

$$({}_1x(t_1'), t_1') \in Q_1', ({}_1x(t_1''), t_1'') \in Q_1'', ({}_{1i}x(t_{1i}^{(j)}), t_{1i}^{(j)}) \in Q_{1i} \ \ (i = 1, 2;\ j = \overline{1, N}),$$

$$t_0 < t_1' = t_1^{(1)} < \ldots < t_1^{(N)} = t_1''. \qquad (19)$$

где $t_{1i}^{(j)}$ – момент времени достижения конечного многообразия Q_{1i} системой (16), начавшей движение в момент времени $t_1^{(j)}$ $(i = 1, 2;\ j = \overline{1, N})$.

Принцип псевдоветвлений траектории СДС базируется на следующих рассуждениях. Предположим, что разделение СДС на подсистемы должно произойти в момент времени $t = t_1^{(1)}$. В этом случае траектория СДС состоит из трех участков (рис. 1), оптимально сшитых между собой условиями скачка [2-4]. Однако, если в момент $t_1^{(1)}$ сигнала на разделение не поступит, то СДС в объединенном состоянии должна продолжить движение до следующего предположительного момента времени разделения $t_1^{(2)}$ (рис. 2).

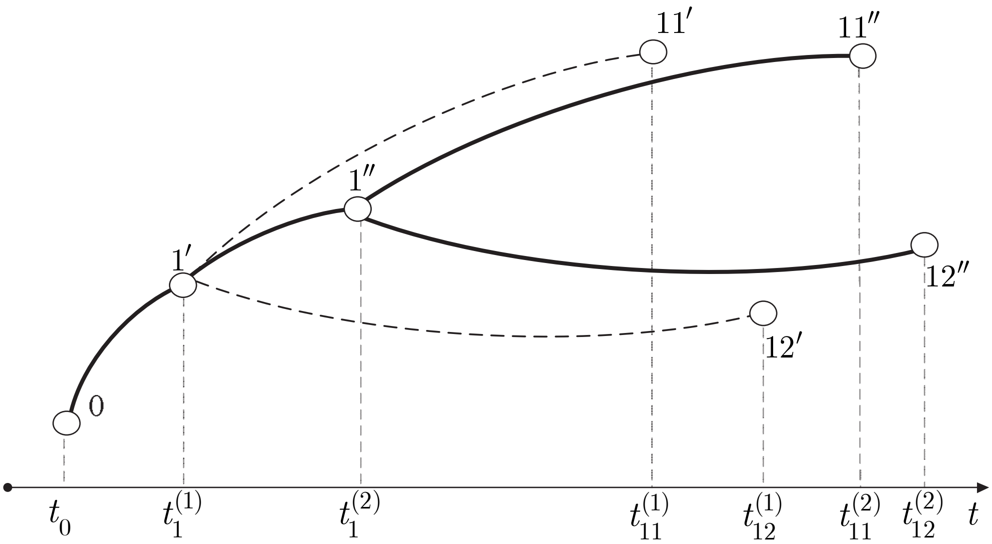

Рис. 2. Схема ветвления траектории движения СДС
с текущим моментом разделения

Таким образом, в момент времени $t_1^{(1)}$ необходимо оптимально сшивать не три, а четыре траектории, из которых одна слева от $t_1^{(1)}$, представляющая собой траекторию движения подсистем в объединенном состоянии ($0 - 1'$), и три траектории справа от $t_1^{(1)}$: две псевдотраектории, по которым могли бы перемещаться подсистемы в отделившемся состоянии ($1' - 11'$, $1' - 12'$) и одна траектория подсистем, осуществляющих движение в объединенном состоянии ($1' - 1''$). Рассуждая аналогичным образом относительно моментов времени $t_1^{(2)}, t_1^{(3)}, \ldots, t_1^{(N)}$, приходим к задаче оптимизации ветвящейся траектории [2], которая в данном случае ставится следующим образом:

$$\tilde{I} = v^N I_1^{(N)} + \varphi^{(0)T}\zeta_0^N + \varphi^{(1')T}\zeta_{1'}^N + \varphi^{(1'')T}\zeta_{1''}^N + \sum_{j=1}^{N}\Big\{\mu_j^N [I_{11}^{(j)} + I_{12}^{(j)}] + \\ + \varphi^{(1)T}\zeta_1^{N(j)} + \varphi^{(1i)T}\zeta_{1i}^{N(j)}\Big\} \to \min \tag{20}$$

где $v^N \ge 0, \mu_j^N \ge 0$ $(j = \overline{1,N})$, $\zeta_{1l}^N \ge 0$ $(l = \overline{1,r^{(1)}})$, $\zeta_{1il}^N \ge 0$ $(i = 1,2;\ l = \overline{1,r^{(1i)}})$.

Поскольку требование задачи (1)–(8) оптимальности условий разделения в каждый текущий момент времени более жесткое, чем требование задачи (11)–(20), где оптимальные условия должны соблюдаться в конечном числе моментов времени отделения подсистем, то каждый допустимый процесс ${}_1x(t)$, ${}_1u(t)$, ${}_{1i}x(\eta)$, ${}_{1i}u(\eta)$, t_0, $t_{1i}^{(j)}$ $(i = 1,2;\ j = \overline{1,N})$ задачи (1)–(8) будет допустимым и в задаче (15)–(20) при произвольно выбранных $t_1^{(1)} < t_1^{(2)} < ... < t_1^{(N)}$. Оптимальный процесс ${}_1x(t)$, ${}_1u(t)$, ${}_{1i}x(\eta)$, ${}_{1i}u(\eta)$, t_0, $t_{1i}^{(j)}$ $(i = 1,2;\ j = \overline{1,N})$ задачи (1)–(8) назовем устойчиво оптимальным, если найдется натуральное N_0 такое, что для счетного множества значений $N > N_0$ и равноотстоящих точек $t_1^{(1)} < t_1^{(2)} < ... < t_1^{(N)}$ допустимый процесс ${}_1x(t)$, ${}_1u(t)$, ${}_{1i}x(\eta)$, ${}_{1i}u(\eta)$, t_0, $t_{1i}^{(j)}$ $(i = 1,2;\ j = \overline{1,N})$ будет оптимальным и в задаче (15)–(20).

Зафиксируем произвольный отрезок J числовой оси, содержащий $[t_1^{(1)}, t_1^{(N)}]$ вместе с малой окрестностью и выберем $N > N_0$ так, чтобы $t_1^{(1)},...,t_1^{(N)}$ оставались точками непрерывности управления ${}_1u(\text{t})$.

Установим признаки устойчиво оптимального процесса и одновременно получим решение исходной задачи, выполняя в необходимых условиях оптимальности для задачи (15)–(20) предельный по N переход.

Пусть ${}_1x(t)$, ${}_1u(t)$, ${}_{1i}x(\eta)$, ${}_{1i}u(\eta)$, t_0, t_1', t_1'' $(i = 1,2)$ допустимый процесс задачи (1)-(7). Тогда для его оптимальности, согласно принципу минимума [1], необходимо существование неотрицательных чисел v, ζ_{0l} $(l = \overline{1,r^{(0)}})$, $\zeta_{1'l}$ $(l = \overline{1,r^{(l')}})$, $\zeta_{1''l}$ $(l = \overline{1,r^{(1\zeta'')}})$ и неотрицательных мер $\mu(t)$, $\zeta_{1l}(t)$ $(l = \overline{1,r^{(1)}})$, $\zeta_{1il}(t)$ $(i = 1,2;\ l = \overline{1,r^{(1i)}})$ ограниченной вариации, решений ${}_1\lambda(\tau)$ $\tau \in [t_0, t_1']$ и ${}_{1i}\lambda(\eta)$ $\eta \in [t, t_{1i}^t]$ $t \in [t_1', t_1'']$ $(i = 1,2)$ векторных сопряженных уравнений

$${}_1\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H_1}{\partial\, {}_1x}\bigg|_{\wedge},\quad {}_{1i}\dot{\lambda}(\eta) = -\frac{\partial H_{1i}}{\partial\, {}_{1i}x}\bigg|_{\wedge},$$

таких, что справедливы условия:

(1) трансверсальности

$$v\left[\left.\frac{\partial S_1}{\partial x_1(t_0)}\right|_{\wedge}+{}_1\lambda(\hat{t}_0)\right]+\left.\frac{\partial\varphi^{(0)}}{\partial_1 x(t_0)}\right|_{\wedge}\zeta_0=0\quad,$$

$$v\left[\left.\frac{\partial S_1}{\partial t_0}\right|_{\wedge}-H_1\right]+\left.\frac{\partial\varphi^{(0)}}{\partial(t_0)}\right|_{\wedge}\zeta_0=0\,,$$

$$d\mu(t)\left[\left.\frac{\partial S_{1i}}{\partial_{1i}x(t_{1i}^{t})}\right|_{\wedge}-{}_{1i}\lambda(t_{1i}^{(t})\right]+\left.\frac{\partial\varphi^{(1i)}}{\partial_{1i}x(t_{1i}^{(t})}\right|_{\wedge}d\zeta_{1i}=0\,,$$

$$d\mu(t)\left[\left.\frac{\partial S_{1i}}{\partial t_{1i}^{t}}\right|_{\wedge}+H_{1i}\big|_{\wedge}\right]+\left.\frac{\partial\varphi^{(1i)}}{\partial t_{1i}^{t}}\right|_{\wedge}d\zeta_{1i}=0\,;$$

(2) скачка

$$v\left[\left.\frac{\partial S_1}{\partial x_1(t_1')}\right|_{\wedge}+{}_1\lambda(t_1'+0)-{}_1\lambda(t_1'-0)\right]+\left.\frac{\partial\varphi^{(1')}}{\partial_1 x(t_1')}\right|_{\wedge}\zeta_{1'}^{N}=0\,,$$

$$\left.\frac{\partial\varphi^{(1')T}}{\partial t_1'}\right|_{\wedge}\zeta_{1'}+v\left[H_{1i}\big|_{\wedge,\hat{t}_1'-0}-H_{1i}\big|_{\wedge,\hat{t}_1'+0}\right]-d\mu(t')\sum_{i=1}^{2}H_{1i}\big|_{\wedge}=0\,,$$

$$\left.\frac{\partial\varphi^{(1'')T}}{\partial t_1''}\right|_{\wedge}\zeta_{1''}+vH_1\big|_{\wedge}-d\mu(t'')\sum_{i=1}^{2}H_{1i}\big|_{\wedge}=0\,;$$

(3) минимума гамильтонианов

$$H_1({}_1\hat{x}(t),{}_1\hat{u}(t),{}_1\lambda^N(t),t)=\min_{{}_1u(t)\in\Omega_1,\,t\in[t_1',t_1'']}H_1({}_1\hat{x}(t),{}_1\hat{u}(t),{}_1\lambda^N(t),t)\,,$$

$$H_{1i}({}_{1i}\hat{x}(\eta),{}_{1i}\hat{u}(\eta),\lambda(\eta),\eta)=\min_{{}_{1i}u(\eta)\in\Omega_{1i},\,\eta\in[t,t_{1i}^{t}],\,i=1,2}H_{1i}({}_{1i}\hat{x}(\eta),{}_{1i}\hat{u}(\eta),{}_{1i}\lambda(\eta),\eta)\,;$$

(4^{o}) нетривиальности, неотрицательности, дополняющей нежесткости

$$v+\int_{t_1'}^{t''}d\mu(t)+\sum_{i=1}^{r^{(0)}}\zeta_{0l}+\sum_{i=1}^{r^{(1')}}\zeta_{1l}+\sum_{i=1}^{r^{(1'')}}\zeta_{1l}+\int_{t_1'}^{t_1''}\left[\sum_{i=1}^{r^{(1)}}d\zeta_{1l}(t)+\sum_{i=1}^{2}\sum_{l=1}^{r^{(1i)}}d\zeta_{1l}(t)\right]=1\,,$$

$$\zeta_{0l}\varphi_l^{(0)}=0\,,l=\overline{1,r_0^{(0)}}\,,\ \zeta_{1'l}\varphi_l^{(1')}=0\,,l=\overline{1,r^{(1')}}\,,$$

$$\zeta_{1''l}\varphi_l^{(1'')}=0\,,l=\overline{1,r^{(1'')}}\,,\qquad d\zeta_{1l}(t)\varphi_l^{(1)}=0\,,\ l=\overline{1,r_1^{(1)}}\,,$$

$$d\zeta_{1il}(t)\varphi_l^{(i1)}=0\,,l=\overline{1,r_{1i}^{(1i)}}\,,i=1,2\,.$$

Выводы

Таким образом, в данной статье предложен метод конструирования ветвящейся траектории движения информационного робота, представляющего собой составную динамическую систему.

Предложенный метод позволяет сформулировать в терминах теории оптимального управления условия оптимальности ветвящейся траектории составной динамической системы с текущим моментом разделения.

Сформулированные условия является частью математического обеспечения системы автоматизированного проектирования информационного робота и могут быть использованы для построения вычислительных алгоритмов, учитывающих специфику взаимодействия элементов конкретных типов составных динамических систем.

Список использованных источников

1. Ащепков Л. Т. Оптимальное управление разрывными системами / Л. Т. Ащепков. – Новосибирск: Наука, 1987. – 226 с.

2. Лисенко О. І. Постановка задачі застосування теорії розгалужених траєкторій для вирішення задач пошуку та рятування в зоні надзвичайних ситуацій / О. І. Лисенко, О.М. Тачиніна, С. М. Чумаченко // Технічна механіка: Міжвідомчий збірник наукових праць. – Дніпропетровськ, 2015. – Выпуск 1. – С.73-78.

3. Лисенко О. І. Математична постановка задачі оптимізації руху групи літаючих роботів на базі безпілотних літальних апаратів /О. І. Лисенко, О.М. Тачиніна // Науковий вісник Академії муніципального управління: збірник наукових праць. – К.: АМУ, 2014. – Вип. 1(7). – С. 93-99.

4. Тачиніна О.М. Умови оптимальності руху групи безпілотних літальних апаратів з можливою зміною цілі руху в будь-який момент часу в заданому інтервалі / О.М. Тачиніна // Науковий вісник Академії муніципального управління: збірник наукових праць. – К.: АМУ, 2015. – Вип. 1(9). – С. 178-184.

5. Lysenko O. The optimal injection path of group of nanosatellite multisensor-based platforms/ O. Lysenko, O. Tachinina, V. Zacharchenko, I. Alekseeva // IEEE 4th International Conference «Methods and Systems of Navigation and Motion Control» (Kyiv, Ukraine, october 18-20, 2016).– К.: NAU, 2016. – pp. 155-158.