

## ОПТИМАЛЬНОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ ИНДУСТРИАЛЬНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ С МИНИМАЛЬНЫМИ ЭКОЛОГИЧЕСКИМИ ПОСЛЕДСТВИЯМИ ДЛЯ ДАННОГО ПРОМЫШЛЕННОГО РЕГИОНА

*Аннотация.* В данной статье решается задача оптимального размещения новых промышленных предприятий. Рассмотрены общая математическая модель и типичные ситуации. Указаны методы решения задачи оптимизации и дана интерпретация частных и общих результатов.

*Ключевые слова:* уравнение Навье-Стокса, экологически значимые зоны, интегральные критерии загрязнения, методы прямого моделирования, линейное программирование.

### Введение

Повышение темпов развития экономики Украины требует строительства современных мощных индустриальных предприятий. Поскольку для их работы требуются значительные трудовые ресурсы, их целесообразно размещать в густонаселенных районах или вблизи от них. Однако при этом возникает проблема минимизации их вредного влияния на экологическую систему выбранного региона[1,2]. Проблема оптимального размещения индустриальных предприятий является достаточно сложной и многокритериальной. Локальные загрязнения в результате выбросов индустриальных предприятий, построенных без учета экологической составляющей, сегодня давно превзошли предельно допустимые санитарные нормы. Естественно, что предельно допустимые дозы должны учитывать загрязнения и от уже существующих промышленных объектов данного региона, что было рассмотрено авторами в работе [3]. Данная статья является развитием данной тематики и посвящена решению задачи оптимального размещения новых индустриальных предприятий с соблюдением санитарных норм загрязнения для всех экологически значимых зон.

### Постановка задачи

Пусть требуется разместить новое индустриальное предприятие в выбранном регионе с таким условием, что бы суммарное годовое загрязнение вредных промышленных выбросов не превышало допустимых санитарных норм и общая

экологическая нагрузка на весь регион за счет загрязнения от данного предприятия была минимальной, но в пределах допустимых санитарных норм.

Предположим, что данное индустриальное предприятие выбрасывает в атмосферу в единицу времени на высоте  $z_0 = h$  вредный аэрозоль с интенсивностью  $Q$ , который переносится воздушными массами и диффундирует в атмосфере за счет процесса турбулентности. Считаем, что местонахождение источника загрязнения определяется некоторой точкой  $\bar{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ , которая соответствует местоположению трубы этого предприятия  $(x_0, y_0)$ , и её высоты  $z_0$ . Тогда область загрязнения согласно работам [3,4] можно описать функцией:

$$f(\bar{r}) = Q\delta(\bar{r} - \bar{r}_0) \quad (1)$$

Уравнение процесса массопереноса на основании уравнения Навье-Стокса [6], которое описывает динамику процессов массопереноса веществ в различных средах, в нашем случае может быть записано в виде [3,4]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \operatorname{div} \bar{v} \cdot \phi + \sigma \phi = \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial \phi}{\partial z} + \mu \Delta \phi + Q\delta(\bar{r} - \bar{r}_0) \quad (2)$$

где:  $\phi = \phi(x, y, z, t)$  – интенсивность аэрозолей субстанции, мигрирующей вместе с потоком воздуха в атмосфере;  $\bar{v} = (v_x, v_y, v_z)$  – проекции вектора скорости  $\bar{v}$  на оси координат;  $v$ ,  $\mu$  – коэффициенты вертикального и горизонтального турбулентного обмена;  $\sigma$  – коэффициент поглощения.

Решение будем искать для цилиндрической области  $\Omega$  с поверхностью  $S$ , состоящей из боковой поверхности  $S_\sigma$ , нижнего основания  $S_0$  (при  $z_0 = 0$ ) и верхнего основания  $S_h$  (при  $z_0 = h$ ) на множестве периодических функций от переменной с периодом  $t$ , т.е.

$$\phi(\bar{r}, \bar{T}) = \phi(\bar{r}, 0) \quad (3)$$

В качестве граничных условий примем:

$$\begin{cases} \phi = 0 & \text{на поверхности } S_\sigma \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = \alpha \psi & \text{на поверхности } S_0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 & \text{на поверхности } S_h \end{cases} \quad (4)$$

Сюда нужно добавить уравнение неразрывности

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial v_z}{\partial t} = 0, \quad (5)$$

отражающее выполнение закона сохранения масс.

Задача состоит в том, чтобы выбрать для размещения  $k$ -го индустриального предприятия такую зону  $\Omega_k \subset \Omega$ , в которой будут соблюдаться глобальные и локальные санитарные нормы загрязнения как всего региона  $S_0$ , так и выбранных зон  $\Omega_k$ .

Кроме того, необходимо иметь информацию о розе ветров, присущую данному региону.

### **Решение задачи.**

В качестве основного функционала решения задачи (1) - (5) будем использовать функционал вида [3,4]:

$$I_p = \int_0^T dt \int_{\Omega} p \varphi d\Omega, \quad (6)$$

при различных значениях  $\varphi$ .

В частности, при

$$p = \begin{cases} b, & \bar{r} \subset \Omega_k \\ 0, & \bar{r} \not\subset \Omega_k \end{cases} \quad (7)$$

приходим к функционалу вида

$$I_k^b = b \cdot \int_0^T dt \int_{\Omega_k} p \varphi d\Omega, \quad b = \frac{1}{T}, \quad (8)$$

который определяет среднее за период Т количество аэрозоля в единичном цилиндре над экологически значимой зоной.

Если же принять  $\varphi$  равным:

$$p = \begin{cases} a \cdot \delta(z), & \bar{r} \subset \Omega_k \\ 0, & \bar{r} \not\subset \Omega_k \end{cases} \quad (9)$$

где  $a$  – характеризует вероятность выпавшей на поверхность земли субстанции аэрозоля снова попасть в атмосферу, то придем к функционалу:

$$I_k^a = a \cdot \int_0^T dt \int_{\Omega_k} \varphi dS \quad (10)$$

который определяет полное количество аэрозоля, осевшего на земной поверхности в той же зоне  $\Omega_k \subset S_0$ .

Отсюда

$$I_p = I_k^b + I_k^a \quad (11)$$

С учетом (11), введем в рассмотрение обобщенный функционал

$$I_{\Omega_k} = \int_0^T dt \int_{\Omega_k} [b_k + a_k \cdot \delta(z)] \varphi d\Omega, \quad (12)$$

где  $a_k$ ,  $b_k$  – коэффициенты, определяемые конкретно выбранной зоной  $\Omega_k$  и периодом повторения Т. Следует отметить, что эти коэффициенты могут иметь более сложный характер, в частности, могут выражать корреляционные связи между количеством аэрозолей в  $\Omega_k$  и его вредностью и т.д.

В случае одномерной задачи решение уравнения (2) в стационарном режиме в зависимости от наличия ветра, его скорости и направления, имеют вид,

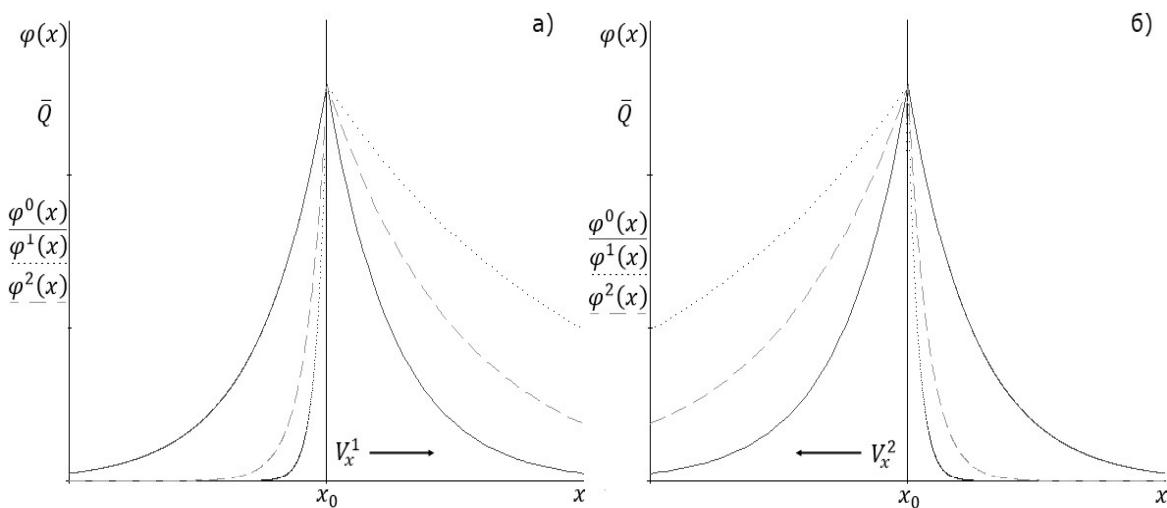
представленный на рис. 1 а) и б). Функция  $\varphi^0(x)$  имеет симметричный вид и соответствует интенсивности аэрозолей при отсутствии ветра.

Её аналитическое выражение имеет вид:

$$\varphi^0(x) = \frac{Q}{2\sqrt{\sigma\mu}} \begin{cases} \exp\left\{-\sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \cdot (x - x_0)\right\}, & \text{при } x \geq x_0 \\ \exp\left\{-\sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \cdot (x - x_0)\right\}, & \text{при } x \leq x_0 \end{cases} \quad (13)$$

при этом  $\bar{Q} = \frac{Q}{2\sqrt{\sigma\mu}}$ , где  $\sigma$  – величина, обратная величине интервала времени,

за который интенсивность субстанции по сравнению с начальной интенсивностью  $\varphi(0)$  уменьшится в  $\bar{Q}$  раз.



**Рис. 1.** Вид одномерных функций  $\varphi(x)$  при отсутствии ветра ( $\varphi^0(x)$ ) и при наличии ветра, его направления  $V_x$  и значений  $V_x^1$  и  $V_x^2$  его скорости ( $\varphi^1(x, V_x^1)$  и  $\varphi^2(x, V_x^2)$  при  $V_x^1 > V_x^2$ )

При наличии ветра функции  $\varphi^1(x)$  и  $\varphi^2(x)$  асимметричны и имеют в показателе экспоненты составляющую силы ветра с учетом его направления.

Известно [6], что аналитическое решение уравнения Навье-Стокса для трехмерного случая до сих пор не получено.

Поэтому так или иначе приходится использовать его упрощенные аналоги, полученные на основе дополнительной информации и упрощающих решение задачи условий.

Кроме того, данная задача в такой постановке в идеале требует бесконечно большого числа переборов точек размещения промышленного предприятия с бесконечно большим числом решений.

Поэтому на практике необходимо иметь большой объем климатической статистической информации относительно данного региона на протяжении длительного времени наблюдения [1,4]. Исходя из нее выбирается значение периода Т и приоритетные точки размещения индустриального предприятия.

В данном случае можно выбрать два подхода к решению данной задачи. Во-первых, можно использовать методы прямого моделирования для отобранных тем или иным способом точек размещения индустриального предприятия. Однако этот подход требует наличия специального программного обеспечения, в частности, Solid Works [5]. Во-вторых, можно использовать подход, предложенный авторами в работе [3], который предлагает сведение искомой задачи к задаче линейного программирования, однако требует введения дополнительных условий. Как в том, так и в другом случае решение вопроса об оптимальном размещении сводится к многократному решению и последующего выбора минимального из полученных. Как уже указывалось ранее, число таких итераций может быть снижено за счет целенаправленного перебора с учетом розы ветров и других соображений климатического статистического характера.

При определенных условиях, приведенных в работе [4], эта задача может быть решена однозначно с помощью всего лишь одного варианта расчета сопряженной задачи, построенной на основе принципа двойственности.

## **Заключение**

Следует отметить, что глобальная оценка загрязнения в данной задаче оптимизации решается для всего региона  $S_0$ , но она может не удовлетворять специфическим условиям для всех экологически значимых зон  $\Omega_k$ .

Задача оптимизации может быть решена для всех экономически значимых зон  $\Omega_k$ , но она не будет полностью учитывать опасность загрязнения в остальных областях этого региона. В принципе можно весь регион  $S_0$  покрыть зонами  $\Omega_k$ , т.е.  $\cup \Omega_k = S_0$ , и решить для них задачи оценки загрязнения. Но таких зон может быть много и значительно затрудняет решение задачи. Поэтому необходимо использовать всю статистическую информацию и, прежде всего, экологического характера, чтобы с учетом типизации метеорологических процессов и минимальных капиталовложений безопасно выбирать место расположения будущего индустриального объекта.

## **Литература**

1. Л. Долина. Мониторинг окружающей среды и инженерные методы охраны биосфери. Часть 2. Проектирование мониторинга. - Днепропетровск, Континент, 2004, 105 с.

2. Защита атмосферы от промышленных загрязнений: Справочник. Изд. в 2-х томах / Под ред. С. Кольверта, С. Инглуида. - М.: Металлургия, 1988, 758с.
3. А. А. Стенин, Е. Ю. Мелкумян, С. А. Стенин Оптимизация вредных выбросов предприятий в экологических зонах промышленного региона. АСАУ. 2017, вып. 1(30), с. 176-183.
4. Г. И. Марчук Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. - М.: Наука, Гл. редакция физ.-мат. литературы, 1982. - 320 с.
5. А. А. Акамовский и др. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. - СПБ.: БХВ-Петербург, 2008, - 1040 с.
6. Темам Р. Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ (пер. с англ.). - М.: Изд-во "Мир", 1981, 408 с.