

## **ВЭЙВЛЕТ-НЕЙРО-ФАЗЗИ СИСТЕМА ТИПА-2 И АЛГОРИТМ ЕЕ ОБУЧЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ**

*Аннотация:* В статье предложена вэйвлет-нейро-фаззи система типа-2, которая реализуется с помощью ансамбля обычных систем первого типа с различными параметрами фаззи-вэйвлет-функций принадлежности типа-2. Также предложена процедура редукции-дефаззификации реального времени, позволяющая в on-line режиме синтезировать оптимальный выходной сигнал.

Введенную вэйвлет-нейро-фаззи систему типа-2 можно использовать для решения задач интеллектуальной обработки информации. Проведено экспериментальное моделирование на различных нестационарных процессах, результаты, которого подтверждают эффективность предложенных методов.

*Ключевые слова:* вэйвлет-нейро-фаззи система типа-2, интеллектуальная обработка информации, ансамбль нейронных сетей.

### **1 Введение**

В настоящее время для решения широкого класса задач в области интеллектуальной обработки данных все чаще применяются гибридные нейро-фаззи-системы и вэйвлет-нейро-фаззи-системы, которые, сочетая в себе преимущества каждого подхода, обладают улучшенными аппроксимирующими свойствами, при этом не теряя способности работать в реальном времени. Такими системами являются архитектуры типа Ванга-Менделя [11], адаптивные нейро-фаззи системы Такаги-Сугено-Канга [4], вэйвлет-нейро-фаззи сети [1], адаптивные вэйвлет-нейро-фаззи системы с W-нейронами [2].

Л. Заде [13] было отмечено, что такие системы являются не вполне нечеткими, поскольку используют четкие функции принадлежности, что вносит дополнительную неопределенность в базу правил системы. С целью решения этой проблемы были введены нечеткие функции принадлежности типа-2 как расширение функций типа-1 [13]. Таким образом, в качестве альтернативы нейро-фаззи-системам было предложено использовать нейро-фаззи-системы типа-2. На сегодня предложен ряд систем типа-2 [5, 7, 10, 12, 9], однако они также имеют ряд ограничений, во-первых, форма функции принадлежности типа-2 все равно задана заранее, а во-вторых, возникает проблема работы такой системы в реальном времени, связанная с трудоемкой процедурой редукции модели.

В связи с этим, нами предлагается архитектура вэйвлет-нейро-фаззи системы с фаззи-вэйвлет-функцией принадлежности типа-2 с перенастраиваемой формой, а также процедура редукции-дефаззификации реального времени, позволяющая в on-line режиме синтезировать опти-

мальный выходной сигнал. Таким образом, предложенная система обладает рядом преимуществ: гибкостью, быстродействием, способностью обрабатывать нестационарные сигналы в режиме реального времени.

## 2 Архитектура вэйвлет-нейро-фаззи системы и фаззи-вэйвлет-функции принадлежности

Рассмотрим общую структуру вэйвлет-нейро-фаззи системы, которая имеет пятислойную архитектуру, являющуюся модификацией системы [1].

Первый скрытый слой образован набором из  $h_\psi n$  фаззи-вэйвлет-функций принадлежности типа-2  $\psi_{ji}(k)$ . В функциях такого вида можно выделить три вида нечеткости: по центрам (рис. 1а), по ширинам (рис. 1б) и по параметру формы функции (рис. 1в)

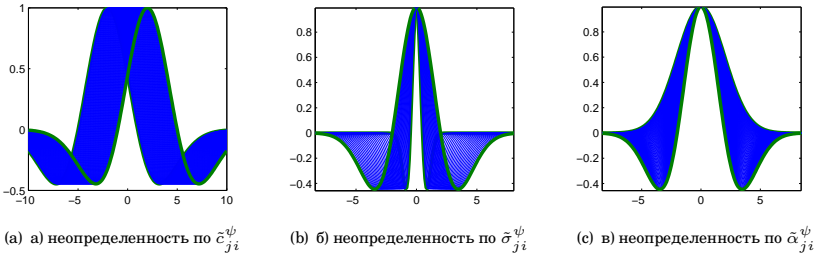


Рис. 1 – Фаззи-вэйвлет-функции принадлежности с разными видами неопределенности

$$\psi_{ji}(k) = \left(1 - \tilde{\alpha}_{ji}^\psi(k) \tilde{\delta}_{ji}^2(k)\right) \exp\left(-\tilde{\delta}_{ji}^2(k)/2\right), \quad (1)$$

где  $\tilde{\delta}_{ji}(k) = \left(x_i(k) - \tilde{c}_{ji}^\psi(k)\right) \tilde{\sigma}_{ji}^{-1}(k)$ ,  $x_i(k)$  - значение  $i$ -входа,  $\tilde{c}_{ji}^\psi \in [\underline{c}_{ji}^\psi, \bar{c}_{ji}^\psi]$  - неопределенность по центрам ( $\underline{c}_{ji}^\psi, \bar{c}_{ji}^\psi$  - нижняя и верхняя граница по центрам фаззи-вэйвлет-функции принадлежности соответственно),  $\tilde{\sigma}_{ji}^\psi = [\underline{\sigma}_{ji}^\psi, \bar{\sigma}_{ji}^\psi]$  - неопределенность по ширинам ( $\underline{\sigma}_{ji}^\psi, \bar{\sigma}_{ji}^\psi$  - нижняя и верхняя граница по ширинам фаззи-вэйвлет-функции принадлежности соответственно),  $\tilde{\alpha}_{ji}^\psi = [\underline{\alpha}_{ji}^\psi, \bar{\alpha}_{ji}^\psi]$  - неопределенность по форме функции ( $\underline{\alpha}_{ji}^\psi, \bar{\alpha}_{ji}^\psi$  - нижняя и верхняя граница по форме фаззи-вэйвлет-функции принадлежности соответственно),  $i = 1 \dots n, j = 1 \dots h_\psi$ .

Второй скрытый слой реализует операцию, аналогичную вычислению нечеткой  $T$ -нормы

$$g_j(k) = \prod_{i=1}^n \psi_{ji}(k), \quad j = 1, 2, \dots, h_\psi, \quad (2)$$

после чего в третьем скрытом слое производится нормализация

$$\bar{g}_j(k) = \left( \prod_{i=1}^n \psi_{ji}(k) \right) / \left( \sum_{j=1}^{h_\psi} \prod_{i=1}^n \psi_{ji}(k) \right), \quad (3)$$

обеспечивающая выполнение условия

$$\sum_{j=1}^{h_\psi} \bar{g}_j(k) = 1. \quad (4)$$

Четвертый скрытый слой реализует операцию вычисления консеквента, где вместо полиномов нейро-фаззи системы Такаги-Сугено-Канга [4] и вэйвлет-нейронных сетей [1] используются адаптивные  $W$ -нейроны [2]

$$f_j(X(k)) = w_{j0}(k) + \sum_{m=1}^{h_\varphi} w_{jm}(k) \varphi_{jm}(\tau_{jm}(k)) = w_j^T(k) \varphi_j(\tau_j(k)), \quad (5)$$

где  $w_j(k) = (w_{j0}(k), \dots, w_{jh_\varphi}(k))^T$ ,  $\varphi_{jm}(\tau_{jm}(k))$  - многомерная вэйвлет-функция активации  $\varphi_{jm}(\tau_{jm}(k)) = \varphi_{jm}((X(k) - c_{jm}^\varphi(k))^T Q_{jm}^{-1}(k) (X(k) - c_{jm}^\varphi(k)), \alpha_{jm}(k))$ ,  $\varphi_j(\tau_j(k)) = (1, \varphi_{j1}(\tau_{j1}(k)), \dots, \varphi_{jh_\varphi}(\tau_{jh_\varphi}(k)))^T$ .

В консеквенте используется многомерная вэйвлет-функция активации, введенная в [15, 3]

$$\varphi_{jm}(k) = (1 - \alpha_{jm}^\varphi(k) \tau_{jm}^2(k)) \exp(-\tau_{jm}^2(k)/2), \quad (6)$$

где  $\tau_{jm}(k) = ((X(k) - c_{jm}^\varphi(k))^T Q_{jm}^{-1}(k) (X(k) - c_{jm}^\varphi(k))), \alpha_{jm}^\varphi(k)$  - настраиваемый параметр формы ( $0 \leq \alpha_{jm}^\varphi(k) \leq 1$ ),  $Q_{jm}^{-1}(k)$  - матрицы рецепторных полей.

В четвертом слое вычисляются значения сигналов

$$\bar{g}_j(k) \left( w_{j0}(k) + \sum_{m=1}^{h_\varphi} w_{jm}(\tau_{jm}(k)) \right) = \bar{g}_j(k) w_j^T(k) \varphi_j(\tau_j(k)), \quad (7)$$

где  $h_\varphi(n+1)$  параметров  $w_{jm}$ ,  $j = 1, 2, \dots, h_\varphi$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots, h_\psi$  подлежат определению.

И, наконец, в пятом выходном слое вычисляется выходной сигнал

$$y_p(k) = \bar{g}^T(k) f(X(k)), \quad (8)$$

где  $f(X(k)) = (w_1^T(k) \varphi_1(\tau_1(k)), \dots, w_{h_\psi}^T(k) \varphi_{h_\psi}(\tau_{h_\psi}(k)))$ .

Вводя векторные переменные  $F(X(k)) = (\bar{g}_1(k) \varphi_1(\tau_1(k)), \dots, \bar{g}_{h_\psi}(k) \varphi_{h_\psi}(\tau_{h_\psi}(k)))^T$  и  $w = (w_1, w_2, \dots, w_{h_\psi})^T$  выход такой архитектуры можно записать в компактной форме

$$y_p(k) = w^T(k) F(X(k)), \quad (9)$$

где определению подлежат  $3h_\psi n$  параметров одномерных фаззи-вэйвлет-функций типа-2:  $\tilde{c}_{ji}^\psi, \tilde{\sigma}_{ji}^{-1}, \tilde{\alpha}_{ji}^\psi$ ;  $h_\psi(h_\varphi + 1)$  синаптических весов  $w_{jm}$ ;  $h_\psi h_\varphi$  параметров центров  $c_{jm}^\varphi$ ;  $h_\psi h_\varphi$  матриц рецепторных полей  $Q_{jm}^{-1}$  и  $h_\psi h_\varphi$  параметров формы  $\alpha_{jm}^\varphi$  многомерных вэйвлет-активационных функций адаптивного  $W$ -нейрона.

### 3 Алгоритм обучения вэйвлет-нейро-фаззи системы

Для настройки параметров первого скрытого слоя используется алгоритм обратного распространения ошибки, основанный на цепном правиле дифференцирования и градиентной оптимизации локального критерия

$$E(k) = 1/2e^2(k) = 1/2(d(k) - y_p(k))^2 = 1/2(d(k) - w^T(k)F(X(k)))^2, \quad (10)$$

где  $d(k)$  - обучающий сигнал.

Конечная форма алгоритма обучения параметров первого слоя (подробный анализ алгоритма обучения приведен в [17]) имеет вид

$$\begin{cases} \Phi(k+1) = \Phi(k) + \lambda (e(k)J^\psi(k)/\eta(k)), \\ \eta(k+1) = \gamma\eta(k) + \|J^\psi(k+1)\|^2, \end{cases} \quad (11)$$

где  $\eta$  - скалярный регуляризирующий параметр,  $\lambda$  - положительный скалярный демпфирующий коэффициент,  $\Phi(k) = (\tilde{c}_{11}^\psi(k), \tilde{\sigma}_{11}^{-1}(k), \tilde{\alpha}_{11}^\psi(k), \dots, \tilde{c}_{h_\psi n}^\psi(k), \tilde{\sigma}_{h_\psi n}^{-1}(k), \tilde{\alpha}_{h_\psi n}^\psi(k)) - (3h_\psi n \times 1)$  - вектор настраиваемых параметров,  $\gamma$  - параметр взвешивания устаревшей информации,

$$J^\psi(k) = \left( \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{c}_{11}^\psi(k)}, \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\sigma}_{11}^{-1}(k)}, \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\alpha}_{11}^\psi(k)}, \dots, \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{c}_{h_\psi n}^\psi(k)}, \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\sigma}_{h_\psi n}^{-1}(k)}, \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\alpha}_{h_\psi n}^\psi(k)} \right), \quad (12)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{c}_{ji}^\psi(k)} = \frac{f_j(X(k))\bar{g}_j(k)(1 - \bar{g}_j(k))}{\psi_{ji}(k)} \cdot \frac{\partial \psi_{ji}(k)}{\partial \tilde{c}_{ji}^\psi(k)}, \\ \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\sigma}_{ji}^{-1}(k)} = \frac{f_j(X(k))\bar{g}_j(k)(1 - \bar{g}_j(k))}{\psi_{ji}(k)} \cdot \frac{\partial \psi_{ji}(k)}{\partial \tilde{\sigma}_{ji}^{-1}(k)}, \\ \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\alpha}_{ji}^\psi(k)} = \frac{f_j(X(k))\bar{g}_j(k)(1 - \bar{g}_j(k))}{\psi_{ji}(k)} \cdot \frac{\partial \psi_{ji}(k)}{\partial \tilde{\alpha}_{ji}^\psi(k)}. \end{cases} \quad (13)$$

Алгоритм обучения (11) при  $\gamma = 0$  имеет максимальную скорость сходимости, а при  $\gamma = 1$  приобретает свойства стохастической аппроксимации. Здесь следует отметить, что алгоритм (11) устойчив при любых значениях параметра  $\gamma$ , что выгодно отличает его от экспоненциально-взвешенного рекуррентного метода наименьших квадратов.

Рассмотрим далее процедуру обучения параметров четвертого слоя, т.е. алгоритм обучения адаптивного  $W$ -нейрона. Для настройки параметров  $W$ -нейрона (векторов  $w_j$ ,  $c_j^\varphi$ , матриц  $Q_j^{-1}$ , параметра  $\alpha_j^\varphi$ ) используется градиентная минимизация локального критерия (10), при этом в отличие от покомпонентного обучения, проводится уточнение в векторно-матричной форме, что, во-первых, проще с вычислительной точки зрения, а, во-вторых, позволяет оптимизировать процесс обучения по скорости. В окончательном виде алгоритм обучения имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_j(k+1) = w_j(k) + \lambda_{w_j} e(k) F(X(k)) / \eta_{w_j}^\varphi(k), \\ \eta_{w_j}^\varphi(k+1) = \gamma_w \eta_{w_j}^\varphi(k) + \|J_{w_j}^\varphi(k+1)\|^2, \\ c_j^\varphi(k+1) = c_j^\varphi(k) - \lambda_{c_j^\varphi} e(k) J_{c_j^\varphi}^\varphi(k) / \eta_{c_j^\varphi}(k), \\ \eta_{c_j^\varphi}(k+1) = \gamma_{c_j^\varphi} \eta_{c_j^\varphi}(k) + \|J_{c_j^\varphi}^\varphi(k+1)\|^2, \\ Q_j^{-1}(k+1) = Q_j^{-1}(k) + \lambda_{Q_j^{-1}} e(k) J_{Q_j^{-1}}^\varphi(k) / \eta_{Q_j^{-1}}(k), \\ \eta_{Q_j^{-1}}(k+1) = \gamma_{Q_j^{-1}} \eta_{Q_j^{-1}}(k) + Tr \left( J_{Q_j^{-1}}^{\varphi T}(k+1) J_{Q_j^{-1}}^\varphi(k+1) \right), \\ \alpha_j^\varphi(k+1) = \alpha_j^\varphi(k) + \lambda_{\alpha_j^\varphi} e(k) J_{\alpha_j^\varphi}^\varphi(k) / \eta_{\alpha_j^\varphi}(k), \\ \eta_{\alpha_j^\varphi}(k+1) = \gamma_{\alpha_j^\varphi} \eta_{\alpha_j^\varphi}(k) + \|J_{\alpha_j^\varphi}^\varphi(k+1)\|^2, \end{array} \right. \quad (14)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{c_j^\varphi}^\varphi(k) = w_j(k) Q_j^{-1}(k) (x(k) - c_j^\varphi(k)) \cdot \\ \quad \cdot (\alpha_j(k) \tau_j^3(x(k)) - (2\alpha_j^\varphi(k) + 1) \tau_j(x(k))) \exp(-\tau_j^2(x(k))/2), \\ J_{Q_j^{-1}}^\varphi(k) = w_j(k) (x(k) - c_j^\varphi(k)) (x(k) - c_j^\varphi(k))^T \cdot \\ \quad \cdot (\alpha_j^\varphi(k) \tau_j^3(x(k)) - (2\alpha_j^\varphi(k) + 1) \tau_j(x(k))) \exp(-\tau_j^2(x(k))/2), \\ J_{\alpha_j^\varphi}^\varphi(k) = w_j(k) \tau_j^2(x(k)) \exp(-\tau_j^2(x(k))/2) \end{array} \right. \quad (15)$$

(в этом случае  $0 \leq \gamma_{c_j^\varphi} \leq 1, 0 \leq \gamma_{Q_j^{-1}} \leq 1, 0 \leq \gamma_{\alpha_j^\varphi} \leq 1$  – параметры взвешивания устаревшей информации), которая является нелинейным гибридом алгоритмов Качмажа-Уидроу-Хоффа и Гудвина-Рэмеджа-Кейнса [6] и обладает как следящими, так и фильтрующими свойствами.

#### 4 Ансамбль вэйвлет-нейро-фаззи систем

Численная реализация систем типа-2 существенно затрудняется операцией редукции модели (type reduction) [8], с помощью которой нечеткость типа-2 приводится к обычной нечеткости типа-1. Существующие подходы весьма громоздки и не допускают реализации в режиме реального времени, когда обучение необходимо проводить последовательно по мере поступления новых данных. Преодолеть данное затруднение можно, аппроксимируя систему типа-2 ансамблем обычных систем первого типа, каждая из которых имеет отличный от других набор параметров фаззи-вэйвлет-функций принадлежности, и объединяя выходы этих систем некоторым образом с целью получения оптимального результата.

На рис. 2 приведен такой ансамбль, при этом каждая из систем первого типа содержит либо максимальные, либо минимальные значения параметров  $\tilde{c}_{ji}^\psi(k), \tilde{\sigma}_{ji}^{-1}(k), \tilde{\alpha}_{ji}^\psi(k)$ . Понятно, что такой ансамбль содержит восемь подсистем, хотя, в принципе, их число может быть выбрано и большим ( $P \geq 8$ ).

Таким образом, входной сигнал  $X(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))^T$  параллельно обрабатывается  $P$  обычными вэйвлет-нейро-фаззи системами, формирующими на своих выходах скалярные сигналы  $y_p(k)$ , которые могут быть объединены в  $(P \times 1)$ -вектор выходов  $Y(k) = (y_1(k), y_2(k), \dots, y_P(k))^T$ .

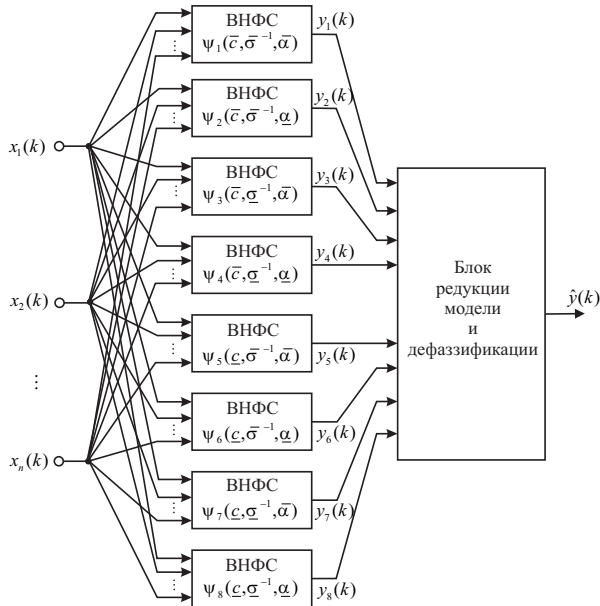


Рис. 2 – Ансамбль вэйвлет-нейро-фаззи систем

Именно этот векторный сигнал нами будет рассматриваться в качестве выхода ансамбля вэйвлет-нейро-фаззи-систем. Далее этот сигнал поступает на вход блока редукции модели и дефаззификации, где преобразуется в оптимальный в смысле принятого критерия скалярный сигнал  $\hat{y}(k)$ .

Выходной сигнал системы типа-2 будем вычислять в форме

$$\hat{y}(k) = \sum_{p=1}^P \nu_p y_p(k) = \nu^T Y(k), \quad (16)$$

где  $\nu = (\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_P)^T$  – вектор параметров, определяющих близость сигналов  $y_p(k)$  к обучающему сигналу  $d(k)$  и удовлетворяющих условию

$$\sum_{p=1}^P \nu_p = \nu^T E = 1, \quad (17)$$

(здесь  $E = (P \times 1)$  - вектор, образованный единицами), что обеспечивает дефаззификацию по методу центров тяжести.

Для нахождения вектора  $\nu$  введем в рассмотрение ошибку обучения системы типа-2

$$\begin{aligned} \hat{e}(k) &= d(k) - \hat{y}(k) = d(k) - \nu^T Y(k) = \\ &= \nu^T E d(k) - \nu^T Y(k) = \nu^T (E d(k) - Y(k)) = \nu^T \hat{E}(k), \end{aligned} \quad (18)$$

функцию Лагранжа

$$L(\nu, \lambda) = \sum_{t=1}^k \nu^T \hat{E}(t) \hat{E}^T(t) \nu + \lambda(\nu^T E - 1) = \nu^T R(k) \nu + \lambda(\nu^T E - 1) \quad (19)$$

(здесь  $\lambda$  – неопределенный множитель Лагранжа,  $R(k) = \sum_{t=1}^k \hat{E}(t) \hat{E}^T(t)$ ) и систему уравнений Каруша-Куна-Таккера

$$\begin{cases} \nabla_{\nu} L(\nu, \lambda) = 2R(k)\nu + \lambda E = \vec{0}, \\ \partial L(\nu, \lambda) / \partial \lambda = \nu^T E - 1 = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Решение системы (20) может быть записано в виде [14]

$$\begin{cases} \nu = R^{-1}(k) E (E^T R^{-1}(k) E)^{-1}, \\ \lambda = -2(E^T R^{-1}(k) E)^{-1}, \end{cases} \quad (21)$$

при этом лагранжиан (19) в седловой точке принимает значение

$$L^*(\nu, \lambda) = (E^T R^{-1}(k) E)^{-1}. \quad (22)$$

С тем, чтобы показать оптимальность полученного решения, рассмотрим произвольную пару векторов  $a$  и  $b$  и запишем очевидное неравенство

$$\begin{aligned} (a^T b)^2 &= (a^T R^{1/2}(k) R^{-1/2}(k) b)^2 = ((R^{1/2}(k) a)^T (R^{-1/2}(k) b))^2 \leq \\ &\leq \|R^{1/2}(k) a\|^2 \|R^{-1/2}(k) b\|^2 = (a^T R^{1/2}(k) a) (b^T R^{-1/2}(k) b). \end{aligned} \quad (23)$$

Введем далее  $(P \times 1)$ -вектор  $E_p$ , содержащий нули, кроме  $p$ -й позиции, на которой стоит единица, и перепишем (23) в виде

$$(E^T E_p)^2 \leq (E_p^T R(k) E_p) (E^T R^{-1}(k) E), \quad (24)$$

откуда следует

$$1 \leq R_{pp}(k) (E^T R^{-1}(k) E), \quad (25)$$

или

$$R_{pp}(k) = \sum_{t=1}^k (d(t) - y_p(k))^2 = \sum_{t=1}^k e_p^2(t) \geq (E^T R^{-1}(k) E)^{-1} = L^*(\nu, \lambda). \quad (26)$$

Из (26) следует, что сигнал  $\hat{y}(k)$  не уступает по точности наилучшему из  $y_p(k)$ , входящих в ансамбль, при этом чем точнее  $y_p(k)$ , тем больше по значению соответствующий параметр дефазсификации  $\nu_p$ .

Рассмотренный подход, обеспечивая оптимальность выходного сигнала  $\hat{y}(k)$ , связан с пакетной обработкой информации и не предназначен для работы в режиме реального времени. Преодолеть указанное затруднение можно, воспользовавшись для оптимизации лагранжиана (19) градиентной процедурой отыскания седловой точки Эрроу-Гурвица. Для этого перепишем функцию Лагранжа (19) в виде

$$L(\nu, \lambda) = \sum_{t=1}^k (d(t) - \nu^T Y(t))^2 + \lambda(\nu^T E - 1), \quad (27)$$

а алгоритм настройки  $\nu$  и  $\lambda$  -

$$\begin{cases} \nu(k+1) = \nu(k) - \eta_{\nu}(k) \nabla_{\nu} L(\nu, \lambda), \\ \lambda(k+1) = \lambda k + \eta_{\lambda}(k) (\partial L(\nu, \lambda) / \partial \lambda), \end{cases} \quad (28)$$

или [16]

$$\begin{cases} \nu(k+1) = \nu(k) + \eta_\nu(k)(2\hat{e}(k)Y(k) - \lambda(k)E), \\ \lambda(k+1) = \lambda k + \eta_\lambda(k)(\nu^T(k+1)E - 1), \end{cases} \quad (29)$$

где  $\eta_\nu(k)$ ,  $\eta_\lambda(k)$  - параметры шага настройки.

Для оптимизации процедуры (29) по быстродействию домножим ее первое соотношение слева на  $Y^T(k)$

$$Y^T(k)\nu(k+1) = Y^T(k)\nu(k) + \eta_\nu(k)(2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E) \quad (30)$$

и введем функцию, характеризующую критериальную сходимость, вида

$$\begin{aligned} (d(k) - Y^T(k)\nu(k+1))^2 &= \hat{e}^2(k) - 2\eta_\nu(k)\hat{e}(k)(2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E) + \\ &+ \eta_\nu^2(k)(2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E)^2. \end{aligned} \quad (31)$$

Решение уравнения

$$\begin{aligned} \partial(d(k) - Y^T(k)\nu(k+1))^2 / \partial \eta_\nu &= -2\hat{e}(k)(2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E) + \\ &+ 2\eta_\nu(k)(2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E)^2 \end{aligned} \quad (32)$$

позволяет получить оптимальное значение параметра шага в виде

$$\eta_\nu(k) = \frac{\hat{e}(k)}{2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E}, \quad (33)$$

после чего (29) можно переписать в форме

$$\begin{cases} \nu(k+1) = \nu(k) + \frac{\hat{e}(k)(2\hat{e}(k)Y(k) - \lambda(k)E)}{2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E}, \\ \lambda(k+1) = \lambda k + \eta_\lambda(k)(\nu^T(k+1)E - 1). \end{cases} \quad (34)$$

Несложно видеть, что при  $\lambda(k) = 0$ , процедура обучения (34) совпадает с алгоритмом Качмажа-Уидроу-Хоффа, т.е. обладает оптимальным быстродействием.

## 5 Выводы

В работе рассмотрена вэйвлет-нейро-фаззи система типа-2, которая аппроксимируется ансамблем обычных систем первого типа, каждая из которых имеет отличный от других набор параметров фаззи-вэйвлет-функций принадлежности с перенастраиваемой формой в antecedente, а также предложена процедура редукции-дефаззификации реального времени, позволяющая в on-line режиме синтезировать оптимальный выходной сигнал. Таким образом, предложенная система обладает рядом преимуществ: гибкостью, быстродействием, способностью обрабатывать нестационарные сигналы в режиме реального времени. Введенную вэйвлет-нейро-фаззи систему типа-2 можно использовать для решения задач диагностики, системозирования, эмуляции и идентификации нестационарных процессов. Экспериментальное моделирование, проведенное на нестационарных рядах технической и биологической природы, подтверждает эффективность развиваемого подхода по сравнению с обычными нейро-фаззи системами.



## Литература

- [1] *Abiyev, R.* Fuzzy wavelet neural networks for identification and control of dynamic plants—a novel structure and a comparative study / R. Abiyev // *IEEE Trans. on Industrial Electronics*. — 2008. — no. 55. — Pp. 3133–3140.
- [2] *Bodyanskiy, Y.* Hybrid wavelet-neuro-fuzzy system using adaptive w-neurons / Y. Bodyanskiy, I. Pliss, O. Vynokurova // *Wissenschaftliche Berichte, FH Zittau / Goerlitz*. — 2010. — Vol. 106, no. 2454-2490. — Pp. 301–308.
- [3] *Bodyanskiy, Y.* Radial-basis-fuzzy-wavelet-neural network with adaptive activation-membership function / Y. Bodyanskiy, E. Yegorova, O. Vynokurova // *Int. Journal on Artificial Intelligence and Machine Learning*. — 2008. — Vol. 8, no. II. — Pp. 9–15.
- [4] *Jang, J.-S. R.* Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence / J.-S. R. Jang, C.-T. Sun, E. Muzutani. — Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1997. — P. 614.
- [5] *John, R.* Type-2 fuzzy logic: A historical view / R. John, S. Coupland // *IEEE Computational Intelligence Magazine*. — 2007. — Vol. 2, no. 1. — Pp. 57–62.
- [6] *Kaczmarz, S.* Approximate solution of systems of linear equations / S. Kaczmarz // *Int. J. Control*. — 1993. — Vol. 104, no. 117. — Pp. 1269–1271.
- [7] *Karnik, N.* Application of type-2 fuzzy logic systems to forecasting of time-series / N. Karnik, J. Mendel // *Information Sciences*. — 1975. — Vol. 120. — Pp. 89–111.
- [8] *Maowen, N.* Towards an efficient type-reduction method for interval type-2 fuzzy logic systems / N. Maowen, W. Woei // *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. — 2008. — Pp. 1425 – 1432.
- [9] *Mendel, J.* Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions / J. Mendel. — Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 2001. — P. 555.
- [10] Type-2 fuzzy wavelet networks (t2fwn) for system identification using fuzzy differential and lyapunov stability algorithm / M. Singh, S. Srivastava, M. Hanmandlu, J. Gupta // *Applied Soft Computing*. — 2009. — Vol. 9, no. 3. — Pp. 977–989.
- [11] *Wang, L.* Adaptive Fuzzy Systems and Control. Design and Stability Analysis / L. Wang. — New Jersey: Prentice Hall, 1994. — P. 352.
- [12] *Wu, H.* Uncertainty bounds and their use in the design of interval type-2 fuzzy logic system / H. Wu, J. Mendel // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. — 2002. — Vol. 10, no. 5. — Pp. 622–639.
- [13] *Zadeh, L.* The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning / L. Zadeh // *Information Sciences*. — 1975. — Vol. 8. — Pp. 199–249.

- [14] *Бодянский, Е.* Адаптивное обобщенное прогнозирование многомерных случайных последовательностей / Е. Бодянский, И. Плисс, Т. Соловьева // *Докл. АН УССР.*— 1989.— по. 9.— Рр. 73–75.
- [15] *Бодянский, Е.* Составной адаптивный вэйвлон и алгоритм его обучения / Е. Бодянский, Е. Винокурова // *Управляющие системы и машины.*— 2009.— Vol. 219, по. 1.— Рр. 47–53.
- [16] *Бодяньский, Є.* Адаптивне виявлення розладнань в об'єктах керування за допомогою штучних нейронних мереж / Є. Бодяньский, О. Михальов, І. Плісс.— Дніпропетровськ: Системні технології, 2000.— Р. 140.
- [17] *Бодяньский, Є.* Інтелектуальна обробка даних на основі гібридної вейвлет-нейро-фаззі системи на адаптивних w-нейронах / Є. Бодяньский, О. Винокурова // *Наукові праці: Науково-методичний журнал - Комп'ютерні технології.- Миколаїв: Вид-во ЧДУ ім. Петра Могили.*— 2009.— Vol. 104, по. 117.— Рр. 88–98.

Отримано 11.12.2010 р.