

## **ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧІ ФОРМУВАННЯ ГОЛОВНОГО КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНУ В СИСТЕМІ КЛАССУ MRP II**

*Анотація:* Найбільш розвинутими стандартами управління виробництвом є американський стандарт ERP (Enterprise Resource Planning), котрі є подовженням стандартів MRP II (Manufacturing Resource Planning – планування ресурсів виробництва). Найважливішим процесом в них є планування, який передує етапам організації та обліку. Планування виробництва – є етапом на якому вирішується що виробляти та в які строки. В роботі розвивається підхід планування виробництва за допомогою економіко – математичних методів – методів лінійного програмування. Зокрема розглядається підхід, коли задачу планування зведено до задачі лінійного програмування з обмеженнями по готовій продукції, матеріалам та потужності. Розглядається підхід, коли працює так звана стратегія створення головного календарного плану (ГКП) з динамічними точками поповнення запасу. Наведено апробацію приведених у роботі підходів, у вигляді рішення задачі лінійного програмування в MS Excel.

*Ключові слова:* виробництво, планування, задача, ресурс, готова продукція, потужність, матеріали, зведений градієнт.

### **Опис проблеми**

Дана стаття присвячена рішенням задачі побудови головного календарного плану (ГКП) в системі MRP II (Manufacturing Resource Planning), яка є частиною системи ERP (Enterprise Resource Planning), для виробничої системи. Є багато теорій управління виробництвом [3,4,5,7], але стандарти MRP II є провідними та універсальними світовими стандартами управління виробництвом.

Головний календарний план (ГКП), визначений цим стандартом – є основним планом у виробництві, котрий задає темп виробництва та її результати, які треба досягти в плановий період. ГКП в системі MRP II будується на основі того, що є декілька ресурсів, які визначають об'єми виробництва, якими є готова продукція в продажах, виробництві та закупівлі; матеріали, які закупаються; виробничі потужності, на яких випускається ця готова продукція. Виходячи з цих ресурсів та їх використання планується випуск готової продукції. При цьому:

1. Треба задовольнити потреби керівництва зі створення запасів для згладжування різних бізнес факторів та ситуацій, які потенційно можуть виникнути у виробництві та на ринку [8].

2. Треба задовольнити потреби комерційних підрозділів з продажу продуктів на ринку.

3. Треба запланувати виробництво такої кількості продукції, яка б задовольнила потреби та не виробляти зайвого.

4. Треба врахувати можливості виробництва з випуску готової продукції – використовувати не більше виробничої потужності.

5. Треба врахувати можливості забезпечення виробництва покупними матеріалами - використовувати не більше матеріалів, ніж необхідно.

Є декілька стратегій випуску продукції та відповідно побудови головного календарного плану [1, 2]:

1. Проста – коли випуск готової продукції планується виходячи з «переслідування дефіциту» в зоні планування та значення розміщуються також у цій зоні.

2. Пізніше точки поповнення – ця стратегія рекомендує розміщати виробництво справа від точки поповнення запасу – точки виникнення дефіциту.

3. В фіксованих точках поповнення – це стратегія, коли виробництво планують в фіксованих (конкретних – наприклад, через декілька інтервалів планування) точках поповнення правіше точки виникнення дефіциту та в самій точці дефіциту.

4. В фіксованих точках по зонам – це стратегія, коли виробництво планують також у фіксованих точках, але з урахуванням зон MRP: замороженої, шуга та вода. Заморожена зона – це зона, де розміщується виробництво. Зона шуга визначає зону, де розміщують закази на виробництво, та їх треба спланувати. А зона вода призначена для накопичення заказів. Зона шуга замінює заморожену зону на наступному етапі виробництва, а зона вода частково зону шуга. По даній стратегії ми намагаємось спланувати зону шуга, розмістивши у ній точку поповнення. Всі інші ми розміщуємо в зоні вода. Це вдосконалена стратегія «в фіксованих точках поповнення».

5. У динамічних точках поповнення – це поповнення в точках, коли перше поповнення виникає в точці виникнення дефіциту, а далі в інших точках дефіциту.

Ці стратегії є універсальними та застосовуються в системах класу ERP. Ціль даної статі дослідити стратегію поповнення запасів в динамічних точках поповнення запасів готової продукції. Це буде зроблено послідовно. Спочатку зробимо формальну постановку задачі, а потім приведемо апробацію наведеної моделі в MS Excel.

### Формалізація задачі

Формалізацію задачі формування ГКП проведено у вигляді задачі лінійного програмування в декілька етапів. На першому етапі заповнено першу точку поповнення у вигляді задачі лінійного програмування наступного виду.

Нехай  $plp_{pt}$  - планова кількість поповнення запасу, де  $p = 1 \dots P$  - продукт (напівпродукт) з номером  $p$ ,  $P$  – кількість продуктів (напівпродуктів);  $t = 1 \dots T$  – інтервал зони планування за номером  $t$ ,  $T$  – кількість інтервалів в зоні планування.

Зауваження. Позначення будемо робити мнемонічними не з одної, а трьома літерами. Наприклад, **plp** (production planning – планування виробництва)

**plp<sub>pt</sub>** - це кількість продукту **p**, яку треба виробити не пізніше інтервалу **t**, на протязі періоду, якій складається з інтервалів [**1, ..., t**]. Підкреслюємо, не пізніше.

Задача включає наступну цільову функцію

1. Змінні задачі – це **plp<sub>pt</sub>** кількість продукту **p**, яку треба виробити не пізніше інтервалу **t**.

2. Цільова функція задачі є максимізацією завантаження потужності всіх робочих місць (центрів)

$$\sum_{w=1}^W \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T (plp_{pt} / nw_{pw}) \rightarrow \max \quad (1)$$

Цільова функції в такому вигляді має мало сенсу, тому що з урахуванням (4)

$$\sum_{w=1}^W \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T (plp_{pt} / nw_{pw}) = \sum_{w=1}^W \sum_{p=1}^P (-pst_{pT}^* / nw_{pw}) = \text{const}$$

Але можна ввести «пріоритети розподілу плану виробництва» (**k<sup>t</sup>**) та розглянути

$$\sum_{w=1}^W \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T k_t * (plp_{pt} / nw_{pw}) \rightarrow \max \quad (1a)$$

Якщо **k<sub>t</sub> = 2<sup>t</sup>**, план виробництва буде в більш правіших інтервалах.

Якщо **k<sub>t</sub> = 2<sup>T-t+1</sup>**, план виробництва буде в більш лівіших інтервалах.

Перший випадок є найбільш привабливим, тому що змінні задачі мають зміст – це кількість продукту **p**, яку треба виробити не пізніше інтервалу **t**.

Задача включає наступний перелік обмежень

3. Позиції плану (зміні задачі) не повинні бути негативними, це тривіальне обмеження

$$plp_{pt} \geq 0, p = 1 \dots P, t = 1 \dots T. \quad (2)$$

4. Календарні запаси продуктів (product stock – запас продукту) не повинні бути негативними

$$pst_{pt} \geq 0, p = 1 \dots P, t = 1 \dots T. \quad (3)$$

**pst<sub>pt</sub> = pst<sub>p1</sub> - ∑<sub>t=1</sub><sup>T</sup>(sal<sub>pt</sub> + sop<sub>pt</sub> - plp<sub>pt</sub>)** - запас продукту **p** в довільному інтервалі **t = 2 ... T** зони планування дорівнює запасу в попередньому інтервалі (**pst<sub>p,t-1</sub>**) за відніманням сумарної потреби за планом продажів (**sal<sub>pt</sub>**) та планом продажів та операцій (**sop<sub>pt</sub>**) та додаванням плану виробництва (**plp<sub>pt</sub>**).

5. Сумарні об'єми виробництва повинні дорівнювати підсумковому первісному дефіциту (позначимо його **pst<sub>pT</sub><sup>\*</sup>**) – дефіциту в останньому інтервалі зони планування для кожного продукту **p**. Дане обмеження надає задачі властивості – «не виробляти зайвого», «виробляти стільки, скільки вимагають план продажів та план продажів та операцій»

$$\sum_{t=1}^T plp_{pt} = - pst_{pT}^*, p = 1 \dots P, \quad (4)$$

де **pst<sub>p1</sub><sup>\*</sup>** – прогнозний запас продукту **p** в першому інтервалі зони планування; **pst<sub>pt</sub><sup>\*</sup> = pst<sub>p,t-1</sub><sup>\*</sup> - ∑<sub>t=1</sub><sup>T</sup>(sal<sub>pt</sub> + sop<sub>pt</sub>)** - запас продукту **p** в довільному інтервалі **t = 2 ... T**.

6. Потрібна планова потужність (work center requirement – потреба в робочому центрі) потужність не є більшою ніж фонд (work center fund – фонд робочого центру) часу для всіх робочих центрів ( $w = 1 \dots W$ ) та для всіх інтервалів зони планування ( $t = 1 \dots T$ ).

$$rqw_{wt} \leq fnw_{wt}, w = 1 \dots W, t = 1 \dots T, \quad (5)$$

де  $rqw_{wt} = \sum_{s=1}^t (plp_{ps} / nw_{pw})$ ,  $w = 1 \dots W, t = 1 \dots T$ ;  $nw_{pw}$  – норма продуктивності робочого центру  $w$  при виробництві продукту  $p$ .

$$fnw_{wt} = \sum_{s=1}^t \sum_{p=1}^P fnw_{ps}, w = 1 \dots W, t = 1 \dots T,$$

$fnw_{wt}$  – фонд часу робочого центру  $w = 1 \dots W$  в інтервалі  $t = 1 \dots T$ .

7. Планова потреба витрат матеріалів (material requirement) у виробництві не є більшою ніж плановий рівень запасу матеріалів (material stock) для довільного інтервалу  $t = 1 \dots T$  зони планування та кожного матеріалу  $m$

$$rqm_{mt} \leq stm_{mt}, m = 1 \dots M, t = 1 \dots T, \quad (6)$$

де  $rqm_{mt} = \sum_{s=1}^t \sum_{p=1}^P (plp_{ps} \cdot nm_{pm})$ ,  $m = 1 \dots M, t = 1 \dots T$ ,  $nm_{pm}$  – норма витрат матеріалу  $m = 1 \dots M$  при виробництві продукту  $p = 1 \dots P$ .

$stm_{m1}$  – прогнозний рівень запасу матеріалу  $m = 1 \dots M$  в першому інтервалі зони планування,

$$stm_{mt} = \begin{cases} stm_{mt-1}, \text{ якщо } t \leq dc_m, & \text{рівень запасу матеріалу } m = 1 \dots M \\ & \text{в інтервалі } t = 2 \dots T, \\ stm_{mt-1} + plm_m, \text{ якщо } t > dc_m, & \end{cases}$$

де  $dc_m$  – цикл постачання (delivery cycle) для матеріалу  $m = 1 \dots M$ ;  $plm_m$  – планова партія поставки (material plan) для матеріалу  $m = 1 \dots M$ .

8. План повинен бути менше: 1) у точці поповнення ніж велике число; 2) у інших точках ніж 0. Це обмеження дасть змогу поставити план тільки в точках поповнення.

$$plp_{pt} \leq plp_{pt}^{max}, p = 1 \dots P, t \dots T, \quad (7)$$

$$plp_{pt}^{max} = \begin{cases} PIP, PIP = const - \text{велика величина в точці поповнення} \\ \quad \text{запасу продукту } p \text{ для всіх продуктів } p = 1 \dots P, \\ 0, & \text{в протилежному випадку} \end{cases}$$

На другому етапі вирішено знову задачу лінійного програмування. Зафіксуємо першу точку дефіциту та знайдемо рішення на залишку зони пошуку рішення. І так далі, повторимо цю процедуру – будемо знаходити все нові точки поповнення поки зона пошуку рішення не завершиться.

Задача (1а, 2-7) є базовою задачею формування ГКП у вигляді рішення декількох задач лінійного програмування, для кожної задачі знаходимо одну точку поповнення для кожного продукту.

### Апробація рішення

Апробацію задачі формування ГКП проведемо за допомогою ad-on MS Excel - Solver (Розв'язувач) для цільової функції (1а) з  $k_t = 2^t, t = 1 \dots T$ , для другого варіанту коефіцієнтів все аналогічно.

Вхідні дані для визначення моделі представлені на рис.1.

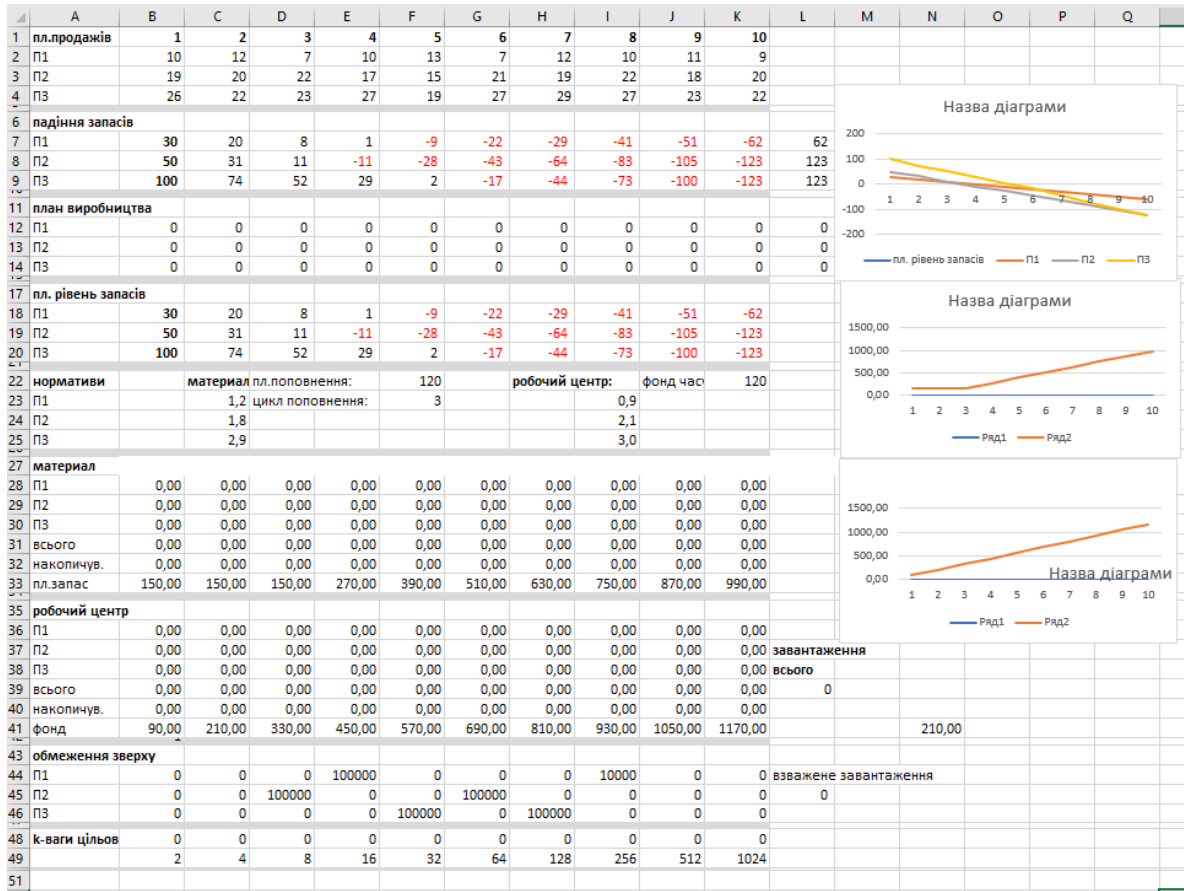


Рис. 1. Вхідні дані для визначення моделі

В прикладі розглядається модель, яка побудована на трьох продуктах (П1, П2, П3), одному матеріалі та одному робочому центрі. Зоною планування є десять інтервалів.

В комірках B2:K4 розташовані значення плану продажів.

В комірках B7:K9 розташовані значення початкового падіння запасів, відповідно плану продажів та початкових запасів продуктів (B7:B9). В комірках L7:L9 – підсумковий дефіцит.

В комірках B12:K14 розташовані значення плану виробництва, який підлягає розрахунку (це змінні моделі). В комірках L12:L14 – сумарний план виробництва.

В комірках B18:K20 розташовані значення планового рівня запасів з урахуванням розрахованого плану виробництва.

В рядках 22:24 розташована інформація про нормативи витрат та постачання матеріалу та потреби завантаження потужності робочого центру та його фонду часу по продуктах. Комірки C23:C25 – норми витрат матеріалу на виробництво продуктів. Комірка F22 - планова партія постачання в кожному інтервалі поза межами циклу постачання. Комірка F23 – цикл постачання (поповнення). Комірки I23:I25 – норми продуктивності робочого центру на виробництво продуктів. Комірка K22 – фонд часу робочого центру в кожному інтервалі.

В комірках B28:K30 розташовані обраховані значення потреби витрат матеріалу на план виробництва. В комірках B31:K31 розрахований підсумок потреби витрат. В комірках B32:K32 розрахований накопичувальний підсумок потреби витрат. В комірках B33:K33 розрахований плановий рівень запасу матеріалу. В комірці B33 – задано значення початкового запасу матеріалу, який визначає незмінний рівень запасу на протязі циклу постачання, а потім плановий рівень запасу зростає на величину планової партії постачання за кожний інтервал.

В комірках B36:K38 розташовані обраховані значення потреби завантаження потужності робочого центру на план виробництва. В комірках B39:K39 розрахований підсумок потреби завантаження потужності. В комірках B40:K40 розрахований накопичувальний підсумок потреби завантаження потужності. В комірках B41:K41 розрахований плановий накопичувальний фонд часу, який зростає на величину фонду часу за кожний інтервал.

В комірках B48:K49 розташовані ваги цільової функції, а в B44:K46 – зважене завантаження робочого центру по інтервалам. В комірці L45 розрахована загальна зважена сума завантаження потужності робочого центру. Це цільова функція.

В правій частині аркуша Excel розташовані діаграма планового рівня запасів, діаграма порівняння планової потреби витрат матеріалу з плановим рівнем запасів матеріалу, діаграма порівняння фонду часу з потрібною плановою потужністю робочого центру.

За допомогою Розв'язувача задач (Дані->Розв'язувач) можна визначити модель задачі лінійного програмування. Вона представлена на рис. 2.

Цільова функція – це комірка L45, її треба максимізувати. Змінні задачі – це комірки B12:K14 – план виробництва.

Друге обмеження задачі  $B12:K14 \geq 0$  – план виробництва не є від'ємним. Третє обмеження  $B18:K20 \geq 0$  – запаси продуктів в зоні планування не є від'ємними. Четверте обмеження  $B32:K32 \leq B33:K33$  – планова потреба витрат матеріалів у виробництві не є більшою ніж плановий рівень запасу матеріалів. П'яте обмеження  $B40:K40 \leq B41:K41$  - потрібна планова потужність робочого центру не є більшою фонду часу. Шосте обмеження  $L7:L9 = L12:L14$  обмеження на об'єми

виробництва – не виробляти зайвого. Перше обмеження B12:K14 <= B44:K46 це обмеження на об'єми виробництва – поставити план в точках поповнення.

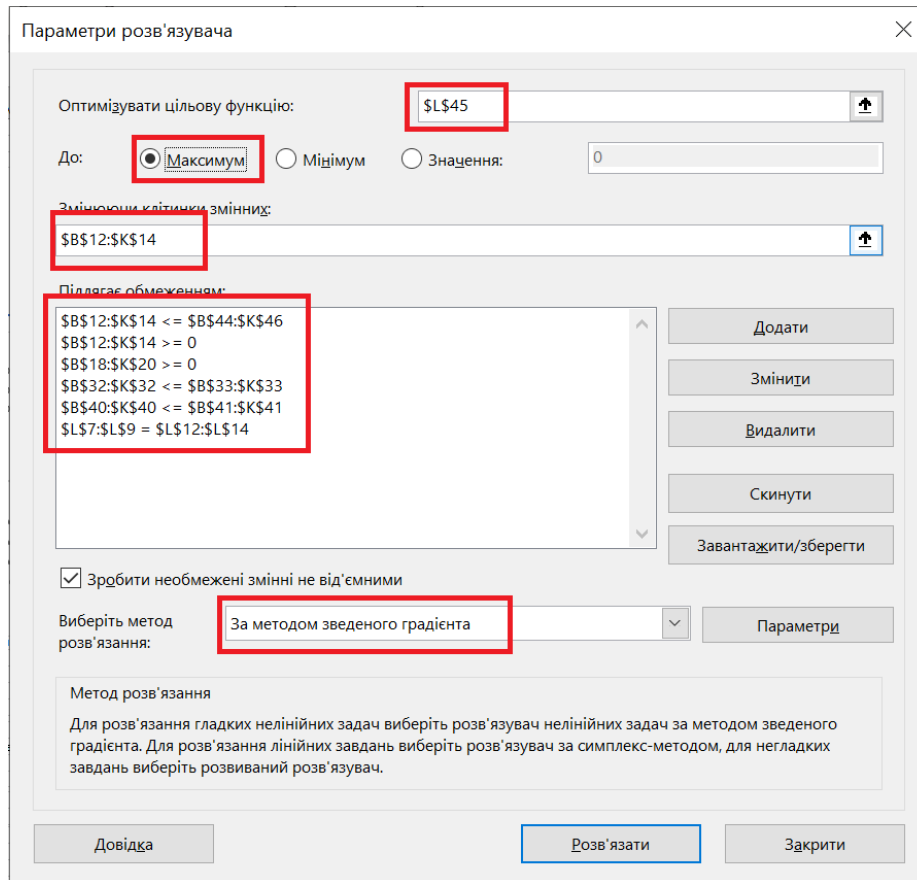


Рис. 2. Модель задачі

Розв'язання проводиться за допомогою метода зведеного градієнту.

Натискання на кнопку «Розв'язати» розв'язує задачу лінійного програмування. результат представлений на рис.3.

План виробництва розрахований (комірки B12:K14). Він не є від'ємним. Плановий рівень запасу не є від'ємним. Планові витрати матеріалу в межах планового рівня запасу. Потужність робочого центру в межах його фонду. Останні три обмеження є представленими на діаграмах. Сумарні об'єми виробництва дорівнюють підсумковому дефіциту. Розв'язання визначає рішення у вигляді першої та другої точок поповнення. Перша точка – це кінцеве рішення, а другу точку ми перерахуємо на другій ітерації.

Друга ітерація розрахунків.

Змінимо на нуль другу точку поповнення запасів та змінимо модель – візьмемо тільки чотири останніх стовпчики Excel. Та змінимо точки поповнення запасів в B44:K46.

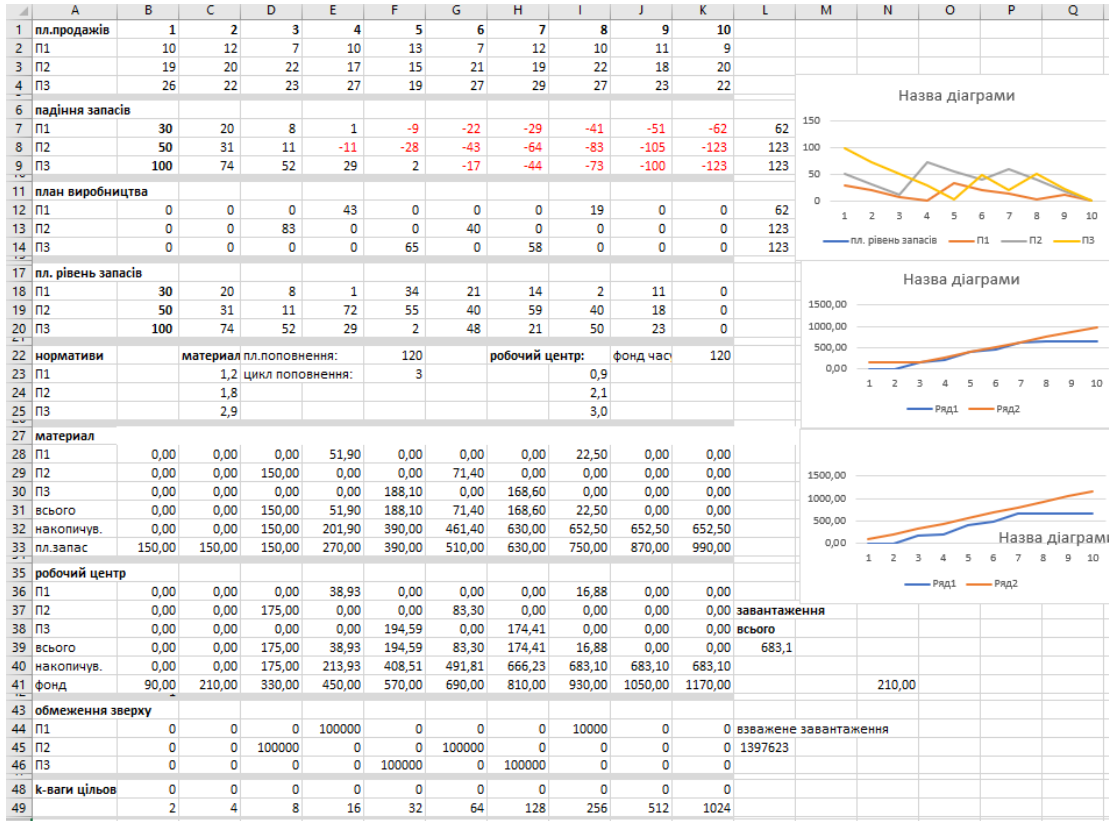


Рис. 3. Результати розв'язання задачі з вагами  $k_t = 2^t, t = 1 \dots T$

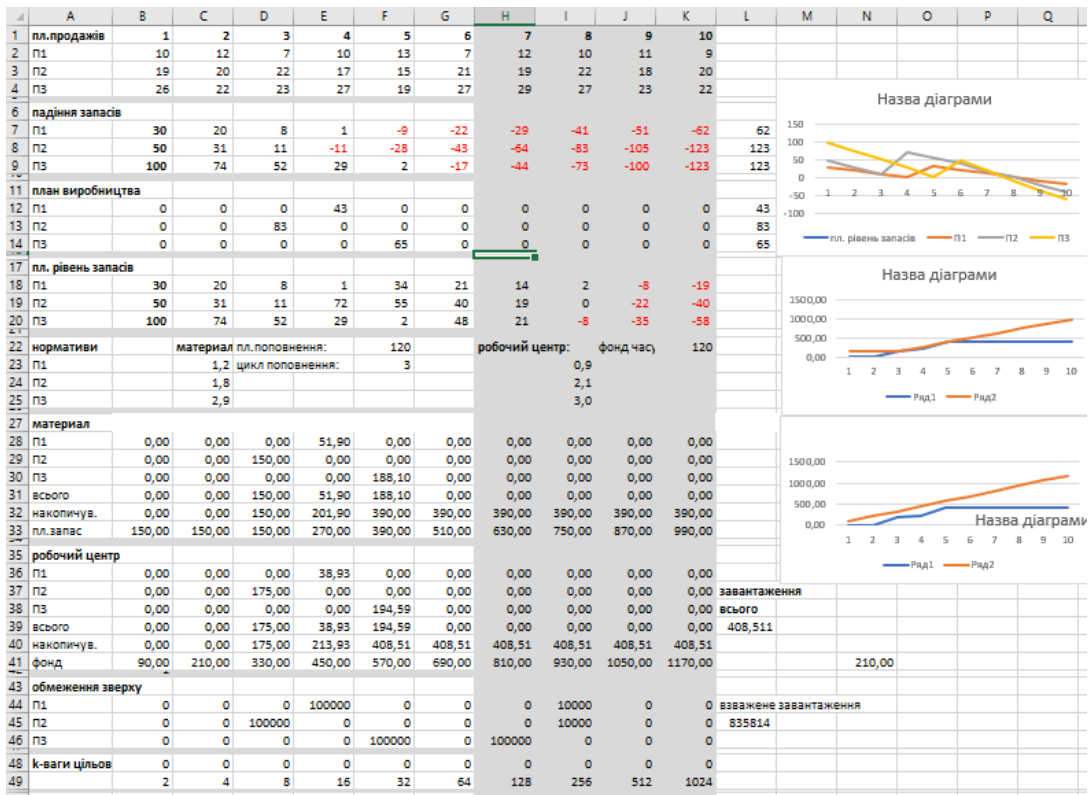


Рис. 4. Вхідні дані для визначення моделі



Наша модель починається із стовпця Н. Розрахуємо план.

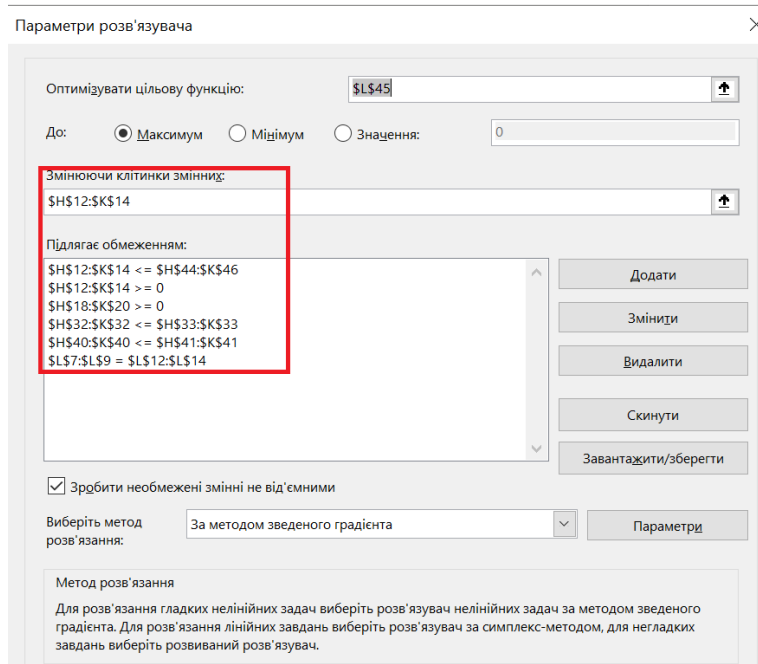


Рис. 5. Модель задачі для другої ітерації.

Натискаємо кнопку Розрахувати та отримуємо рішення в другій точці поповнення.

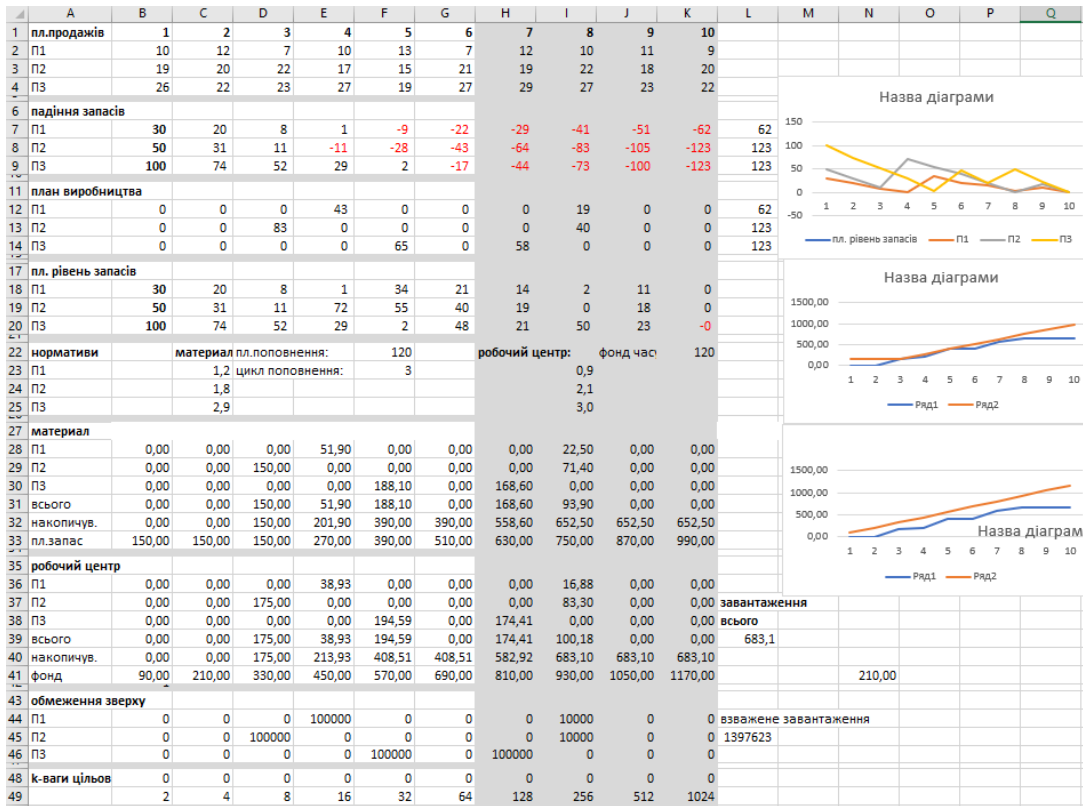


Рис. 6. Остаточний розрахунок задачі

Ми отримали другу точку поповнення запасів. У нас «закінчилась» зона планування, але якщо б вона не закінчилась, то ми знову та знову повторили процедуру розрахунку та отримували все нові точки й таким чином розрахували план виробництва.

Проведена апробація - це апробація розрахунків з так званими динамічними точками поповнення запасів.

Наведений приклад у вигляді двох xlsx-файлів (перша та друга ітерації) є доступним за посиланням.

Перша ітерація представлена на [8]. Друга ітерація представлена на [9]:

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. APICS Dictionary, 10<sup>th</sup> ed. American Production and Inventory Control Society, 2002.
2. Darryl V. Landvater, Christopher D. Gray. MRP II Standard System. A Handbook for Manufacturing Software Survival. – John Wiley & Sons Inc., 1989.
3. Eliyahu M. Goldratt. What is this Thing Called Theory of Constraints and how Should it be Implemented? - North River Press, 1990. – 162 p.
4. Eli Schragenheim, H William Dettmer. Manufacturing at Warp Speed. Optimizing Supply Chain Financial Performance. – The CRC Press Series on ConstraintsManagement, 2001. – 376 p.
5. Ohno, Taiichi, Just-In-Time for Today and Tomorrow, Productivity Press, 1988.
6. What is total quality management (TQM)? - The American Society for Quality resource page on TQM. – URL: <https://asq.org/quality-resources/total-quality-management>. (Дата звернення: 07.02.2024).
7. Leon, Alexis. Enterprise Resource Planning. – New Delhi, Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2006. – 308 p.
8. URL:  
[https://docs.google.com/spreadsheets/d/1N5k3pYyM51F3s9B59pi2r2IgBiKN76A5/edit?usp=drive\\_link&oid=114728324013759458622&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1N5k3pYyM51F3s9B59pi2r2IgBiKN76A5/edit?usp=drive_link&oid=114728324013759458622&rtpof=true&sd=true)
9. URL:  
[https://docs.google.com/spreadsheets/d/1kyL1Wiojfom\\_mKP586\\_1L2YX\\_-LR5aY8/edit?usp=drive\\_link&oid=114728324013759458622&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1kyL1Wiojfom_mKP586_1L2YX_-LR5aY8/edit?usp=drive_link&oid=114728324013759458622&rtpof=true&sd=true)