

## ГЕНЕРАТОР КОЛПИТЦА: МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ И ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ

*Аннотация:* Статья посвящена вопросам моделирования генератора Колпитца и его параметрической идентификации в различных режимах. Проведено сравнение с реальным генератором на биполярном транзисторе. Исследованы режимы сложно-периодической и хаотической динамики. Рассмотрены возможные критерии для синтеза системы идентификации и выбран лучший. Построена адаптивно-поисковая система идентификации параметров и показана её работоспособность.

*Ключевые слова:* хаотическая динамика, генератор Колпитца, адаптивно-поисковая идентификация.

### Введение

В практике создания радиоэлектронных устройств часто используются генераторы сигналов, способные генерировать разнообразные виды сигналов. В частности, генератор Колпитца [1], в зависимости от условий, может генерировать колебания, как близкие к гармоническим, так и проявлять хаотическую динамику в широком спектральном диапазоне. Идентификация параметров рассматриваемого генератора необходима, с одной стороны, для обеспечения требуемого режима работы. С другой стороны, информация о параметрах системы необходима при проведении контроля работоспособности в процессе эксплуатации [2].

### Постановка задачи

На рис. 1 приставлена одна из электрических схем, реализующих генератор Колпитца на биполярном транзисторе. Из множества схем данная была выбрана из-за наличия только одного источника напряжения, и простоты схемотехнической реализации.

При создании модели генератора Колпитца систему уравнений можно заранее упростить, если заметить, что делитель на резисторах  $R_1$ ,  $R_2$ , вместе с конденсатором  $C_0$  просто обеспечивают постоянство потенциала базы  $V_b = V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ , поэтому из дальнейшего рассмотрения данные элементы можно исключить.

Рассмотрев процессы заряда конденсаторов и изменение тока через  $L_1$ , получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dV_1}{dt} &= I_L - I_{CE}, \\ L_1 \frac{dI_L}{dt} &= V_{CC} - V_1 - V_2 - I_L R_C, \\ C_2 \frac{dV_2}{dt} &= I_L - \frac{V_2}{R_e}, \end{aligned} \quad (1)$$

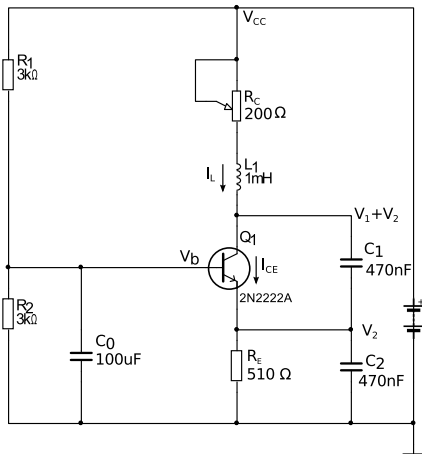


Рис. 1 – Электрическая схема генератора Колпитца

где  $V_{CC}$  – напряжение питания,  $V_1, V_2$  – разность потенциалов между выводами конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  соответственно,  $I_L, I_{CE}$  – токи катушки индуктивности и транзистора (коллектор-эмиттер).

При переходе к безразмерному виду следует определить, какие физические параметры определяют безразмерные величины. Это потребуются для синтеза критерия идентификации. Для упрощения рассмотрения, не снижая общности, будем считать  $C_1 = C_2$ .

Прежде всего, в уравнениях присутствуют производные по времени, а из всех используемых при описании системы физических параметров можно составить три комбинации, имеющих размерность времени:  $\sqrt{L_1 C_1}, RC$  и  $L/R$ . Частотные характеристики рассматриваемого генератора, в отличие, например, от релаксационного, определяются ёмкостью и индуктивностью, поэтому характерное время следует задать так:  $T_s = \sqrt{L_1 C_1}$ . Тогда безразмерное время  $t_s$  и соответствующие производные определим таким образом:

$$t_s = \frac{t}{T_s}; dt = T_s dt_s; \frac{d}{dt} = \frac{1}{T_s} \frac{d}{dt_s}; \frac{dx}{dt} \equiv \dot{x} = T_s \frac{dx}{dt}.$$

Динамические свойства (в т.ч. переход в хаотический режим) определяются соотношением активных и реактивных свойств системы. При этом величина  $\rho = \sqrt{L_1/C_1}$  имеет размерность сопротивления и определяет реактивное сопротивление. Эту величину можно использовать для обезразмеривания активных сопротивлений.

$$b = \frac{R_E}{\rho}; d = \frac{RC}{\rho}.$$

Система содержит только один нелинейный компонент – транзистор. Следовательно, именно этот элемент должен определять масштаб по напряжению. В простейшей модели транзистора такой масштабной величиной может служить  $V_{je}$  – падение напряжения на переходе база–эмиттер в активном режиме. Обозначим:

$$x = \frac{V_1}{V_{je}}; y = \frac{\rho I_L}{V_{je}}; z = \frac{V_2}{V_{je}}, c = \frac{V_{CC}}{V_{je}}, e = \frac{V_b}{V_{je}}.$$

Используем простейшую модель транзистора, считаем, что переход база–эмиттер открывается при  $V_{BE} = V_{je}$ , а ток коллектора  $I_c = \alpha I_b$  и  $I_c \gg I_b$ . С учётом всего вышеизложенного получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y - aF(z), \\ \dot{y} &= c - x - by - z, \\ \dot{z} &= y - dz. \end{aligned} \tag{2}$$

где, для выбранных номиналов и модели транзистора:  $a = 30$ ,  $b = 0.78$ ,  $c = 15$ ,  $d = 0.08$ ,  $e = 7.5$ , и  $F(z) = \begin{cases} e - z - 1, & z \leq e - 1 \\ 0, & z > e - 1 \end{cases}$ . При этом параметр  $b$  характеризует соотношение активного и реактивного сопротивления, и, следовательно, режима работы генератора. Величиной этого параметра проще всего управлять, изменяя  $R_c$ . Поставленной задачей будем считать идентификацию данного параметра.

### Исследования реальной динамики системы

Для проверки работоспособности системы была собрана схема, представленная на рис. 1 и исследовано её поведение. Было отмечено, что изменение величины  $R_c$ , а, следовательно, и параметра  $b$ , приводит к изменению динамики системы, от стационарного состояния – к генерации синусоидального сигнала, и далее – к режиму перемежающегося хаоса.

На рис. 2 представлена осциллограмма зависимостей  $V_C(t) = V_1(t) + V_2(t)$  (канал 1) и  $V_2(t)$  (канал 2) в хаотическом режиме. Хаотичность сигнала не даёт возможности цифровому осциллографу правильно подобрать момент синхронизации, и на экране отображается прыгающее изображение сразу нескольких интервалов измерения.

На рис. 3 представлена осциллограмма этих же сигналов, но в координатах  $V_C(V_2)$ . Можно отметить, что форма аттрактора (с учётом используемой системы координат) совпадает с описанной в литературе.

На рис. 4 представлен спектр сигнала  $V_C(t)$  (по абсциссе – круговая частота  $\omega$ ). Наличие сплошных участков в спектре подтверждает предположение о хаотичности сигнала.

### Моделирование динамики системы

Моделирование системы (2) было проведено в программе qto2x с учётом выбранных параметров.

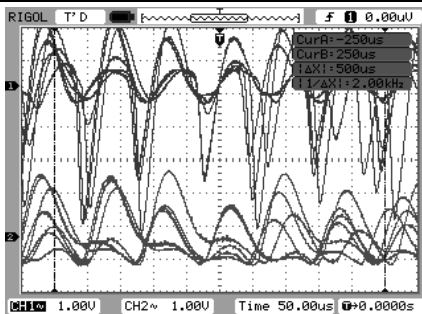


Рис. 2 – Осциллограмма сигналов  $V_C(t)$  и  $V_2(t)$

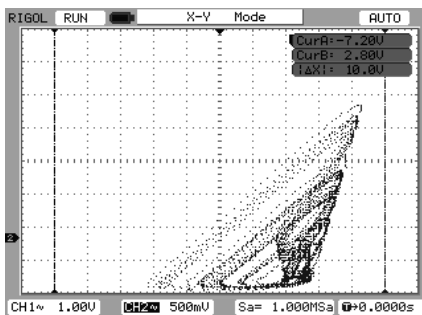


Рис. 3 – Осциллограмма зависимости  $V_C(V_2)$

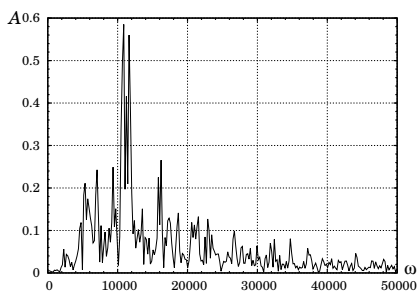


Рис. 4 – Спектр сигнала  $V_C(t)$

При изменении параметра  $b$ , как и в реальной схеме, происходило изменение режима работы генератора.

На рис. 5 представлен фазовый портрет и спектр модели в хаотическом режиме.

Следует отметить, что в данной работе не ставилась задача строго-

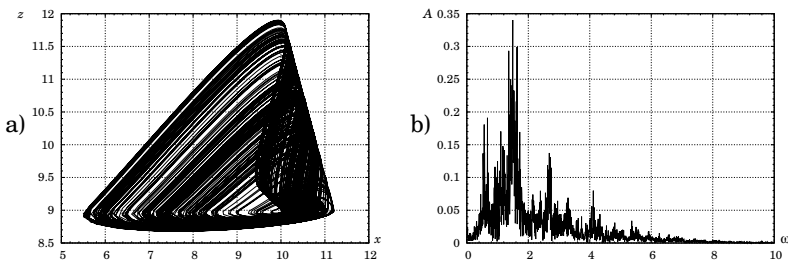


Рис. 5 – Фазовый портрет (а) и спектр (b) системы (2)

го соответствия модели и реального генератора. Решение такой задачи требует более адекватных моделей транзистора, учёта ферромагнитного гистерезиса в сердечнике катушки индуктивности и других, плохо поддающихся измерению факторов. Однако, сравнение результатов моделирования с реальным объектом показало одинаковую зависимость вида динамики системы от параметра  $b$ , что даёт возможность создавать систему идентификации на основе простой модели, скорее всего, с подстройкой её параметров под реальные измерения.

### Критерий идентификации

Опыт синтеза критериев идентификации для других систем хаотической динамики подсказывает, что в первую очередь следует рассматривать критерии, основанные на энергии [3-5]. Для данной задачи непосредственную связь с энергией имеют усреднённые на интервале измерения величины  $x^2(t)$ ,  $y^2(t)$ ,  $z^2(t)$ . Эти величины и были рассмотрены в качестве кандидатов для синтеза критерия.

Результаты моделирования показали, что, несмотря на то, что все три величины показали однозначную зависимость от параметра  $b$ , наиболее выраженный вид зависимости получается для величины

$$Q = \frac{1}{\tau} \int t - \tau ty^2(t) dt. \tag{3}$$

Вид этой зависимости представлен на рис. 6.

Вид критерия идентификации, задаётся для систем адаптивно-поисковой идентификации стандартным образом:

$$F = \exp(-\gamma(Q_m - Q_o)^2) \tag{4}$$

где  $Q_m$  и  $Q_o$  – величины, определяемые 3 для модели и объекта соответственно,  $\gamma$  – чувствительность критерия.

### Моделирование процесса идентификации

Для моделирования процесса идентификации системы вида (2) адаптивно-поисковым методом с двумя УПК и предлагаемым крите-



Рис. 6 – Зависимость  $Q(b)$  (3) для системы (2)

рием вида (4) была собрана соответствующая схема в программе qto2x (рис. 7).

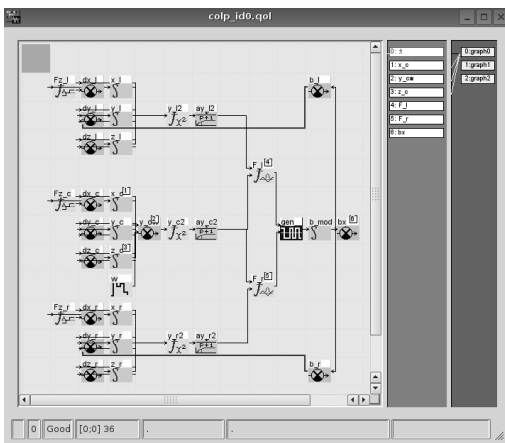


Рис. 7 – Моделируемая система идентификации в программе qto2x

Проводилось моделирование процесса идентификации с критерием, основанным на величине  $Q$  (3).

На рис. 8 представлены сравнения результатов моделирования процессов идентификации параметра  $b$  при различных начальных значениях параметра и использовании предложенного критерия.

Следует также отметить, что скорость поиска одного порядка, с системами Ван-Дер-Поля, Дуффинга и Рёсслера, и системы с зоной нечувствительности, и сильно уступает системам Чуа и Лоренса.

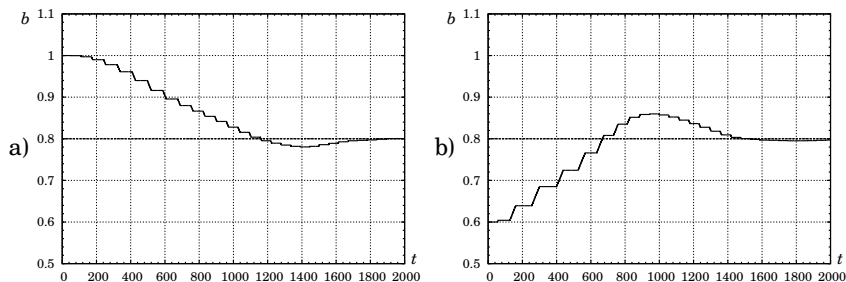


Рис. 8 – Результаты моделирования процесса идентификации для различных начальных значений коэффициента  $b$ : 1.0 (а) и 0.6 (б)

### Выводы

Результаты моделирования динамики нелинейной системы (2), её схемотехнической реализации, а также системы её адаптивно-поисковой идентификации позволяют сделать следующие выводы:

- Рассматриваемая система проявляет как простую колебательную, так и сложно-периодическую и хаотическую динамику. При прочих равных параметр  $b$  определяет вид динамики системы.
- Моделирование процесса адаптивно-поисковой идентификации при использовании предлагаемого критерия показало, что его применение критериев полностью оправданно.
- Скорость и точность работы полученной системы идентификации одного порядка с системами Ван-Дер-Поля, Дуффинга, Рёсслера, системы с зоной нечувствительности.

### Литература

1. *Kennedy MP. Chaos in Colpitts oscillator. / Kennedy MP. IEEE Trans Circuits Syst I 1994; 44:771-4.*
2. *Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И. Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 544 стр.*
3. *Михалёв А.И., Гуда А.И., Новикова Е.Ю. Синтез критерия идентификации нелинейных динамических систем на физических принципах // Адаптивные системы автоматического управления. – 2007. – № 11(31). – С. 136–142.*
4. *Михалёв А.И., Гуда А.И. Выбор критерия при адаптивно-поисковой идентификации динамической системы Ван-Дер-Поля // Адаптивные системы автоматического управления. – 2010. – № 16(36). – С. 154–160.*

5. *Михалёв А.И., Гуда А.И.* Адаптивно-поисковая идентификация хаотической динамической системы Дуффинга // Адаптивные системы автоматического управления. – 2008. – № 12(32). – С. 166–171.
6. *А.И. Гуда, А.И. Михалев* Физические основы при синтезе критерия адаптивно-поисковой идентификации динамической системы Лоренса // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. - Випуск 2(79). - Дніпропетровськ, 2012. - С. 13–10.

*Отримано 11.12.2012*