

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС РІВНОВАГИ ДВОНОГОЇ ЛОКОМОЦІЇ

Анотація: У роботі проаналізовано поточний стан побудови антропоморфних крокуючих апаратів. Визначено області їх перспективного впровадження. Основою публікації є визначення критеріїв дотримання нестійкої рівноваги крокуючих апаратів за методом антропної симуляції.

Ключові слова: крокуючий апарат; антропоморфність; нестійка рівновага; центр мас; протезування.

Вступ

На сьогодні роботи знаходять широке застосування в найрізноманітніших сферах. Так, найбільше розповсюдження вони отримали при вирішенні таких задач, як: транспортування, обслуговування виробництва, віддалене керування засобами тощо. При цьому, все більш зростаюча фізична та інформаційна взаємодія їх з людиною спричиняє широкий розвиток інтелектуальних мобільних роботів (ІМР), сучасні вимоги до яких потребують не лише забезпечення можливості взаємодії їх із середовищем, а і антропоморфності самих роботів. Тому подальше поширення ІМР у сфери людської діяльності пов'язане з побудовою відповідного апарата з антропоморфним принципом локомоції.

Дослідження існуючих методів антропоморфного переміщення

Проблема побудови двоногого крокуючого апарата не нова, вона залишається актуальною вже більше сорока років. Перші спроби усвідомити принцип переміщення людини були здійснені ще в 1930 році М. Бернштейном [1,2]. Пізніші напрацювання в теорії антропоморфного переміщення виконані М. Вукобратовичем [3], В. Белецьким [8] та ін. [4,5]. Проведені в цих роботах дослідження були спрямовані на моделювання руху крокуючого апарата в певних умовах, однак і на сьогодні не існує жодного ІМР, що переміщувався б за принципом, ідентичним до людини. Причиною цього є неспроможність дотримання статичної та динамічної рівноваги при локомоції на поверхні другого порядку [3–5], що є наслідком неповної інформації про поверхню у математичному описі руху та нехтування геометричних і сенсорних властивостей опори [6,7] антропоморфної системи.

Відсутність інформації про поверхню негативно впливає й на дотримання рівноваги апарата у динамічному стані локомоції. Це проявляється потребою забезпечення рівноваги при варіативності режимів дотику до поверхні у відповідності до комбінацій дотичних точок діаграми

Вільсона комфортної ходи [1,8] (рис. 1), кожна із фаз якої має власні значення параметрів нестійкої рівноваги, що циклічно чергуються під час локомоції.

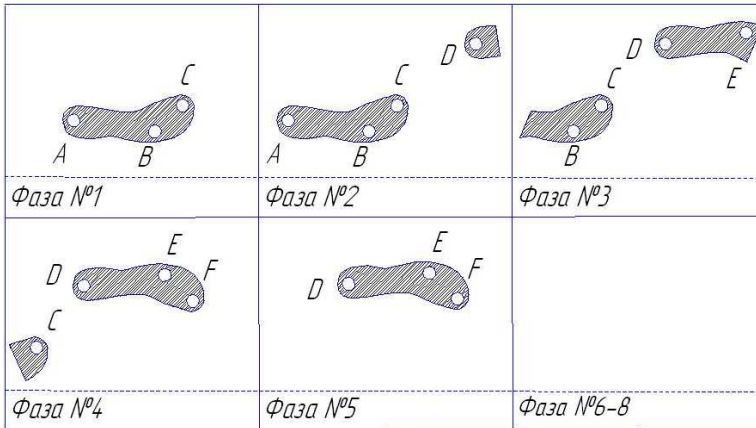


Рис. 1 – Дотик опори при різних фазах локомоції

Умови нестійкої рівноваги для кожної із фаз діаграми Вільсона можна отримати засобами математичного моделювання, проте основними недоліками даної умови є неспроможність її застосування для переміщення поверхнею із наявними екстремумами висот чи змінною кута нахилу щодо орта сили тяжіння. Тому забезпечення повноцінного опису рівноваги крокуючого апарата потребує врахування дії сили тяжіння та реакції поверхні на апарат у кожній дотичній точці.

Постановка задачі

На основі вищесказаного сформулюємо мету роботи: для забезпечення нестійкої рівноваги антропоморфного крокуючого апарата необхідно побудувати математичну модель, яка б забезпечувала динамічне коригування дисперсії проекції центру мас при взаємодії крокуючого апарата з довільною твердою поверхнею та визначення швидкості й області його завалу.

Побудова математичної моделі дотримання рівноваги антропоморфного крокуючого апарата

Завдяки тривалому процесу еволюції, природа збудувала оптимальний принцип локомоції, що характеризується найбільшою прохідністю з усіх існуючих природних аналогів — двоногою ходою [3-5]. Тому спостереження та аналіз основних принципів антропоморфного руху має великий інтерес для штучного відтворення цього процесу. Двоноге переміщення має високу ефективність та прохідність завдяки дотриманню нестійкої рівноваги (НР), що дозволяє використовувати силу тяжі-

ння для переміщення [8], мінімізуючи тим самим метаболічні процеси у м'язях. Відповідно, порушенням рівноваги (“завалом”) можна назвати процес переміщення маси апарата за границю НР його початкового положення (рис. 2), що в залежності від напрямку втрати НР описується такою системою нерівностей:

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x_{z1}, x_{z1} = \Psi(AB_{y=0}) \\ y_{z1} < y_{AB}, y_{z1} = \Psi(AB_{x_{z1}}) \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{z2} < x_{BC}^{-k1}, x_{z2} = \Psi(BC_{y=0}) \\ y_{z2} < y_{BC}^{-k1}, y_{z2} = \Psi(BC_{x_{z2}}) \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{z3} < x_{CD}^{-k1}, x_{z3} = \Psi(CD_{y=0}) \\ y_{z3} > y_{CD}^{-k1}, y_{z3} = \Psi(CD_{x_{z3}}) \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{z4} < x_{DA}^{-k2}, x_{z4} = \Psi(DA_{y=0}) \\ y_{z4} > y_{DA}^{-k2}, y_{z4} = \Psi(DA_{x_{z4}}) \end{array} \right\} \end{array} \right], \quad (1)$$

де: X, Y – орти напрямів; $z1-z4$ – вказівники областей завалу, які описуються функціями, що обмежені точками A, B, C, D ; $k1, k2$ – коефіцієнти залежності кута ризикування від ортів X та Y – відповідно; AB, BC, CD, DA – лінійні функції, що описують периметр зони НР; $X_{z1} - X_{z4}$ – точки на відповідних функціях AB, BC, CD, DA , від яких побудовані вектори, що вказують напрям зміщення проекції центру мас.

Очевидно, що система нерівностей 1 не універсальна, а описує лише один випадок позиції опори апарата. Однак, вона дозволяє визначити напрям та швидкість завалу. Наприклад, для окремого випадку - падіння в зону №2 - напрям та швидкість завалу визначається так:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{x,z2} = x_{BC}^{-k1} - x_{z2} \\ J_{y,z2} = y_{BC}^{-k1} - y_{z2} \end{array} \right\}, \quad (2)$$

де J — вектор завалу, спрямований перпендикулярно до функції, що описує частину периметра опори зі сторони завалу (рис. 2), довжина якого пропорційна до швидкості завалу.

Таким чином, із формул 1 та 2 видно, що втрата НР характеризується напрямом та швидкістю завалу і може бути подана у вигляді відрізка мінімальної довжини $J[AB$ або BC або CD або $DA]$, а збереження рівноваги, у випадку статичного положення апарата, виконується за умови:

$$\begin{array}{l} J_{k,l} = 0 \\ k = [x, y] \\ l = n, n = [0 \dots \infty] \end{array} . \quad (3)$$

Практично, затребуваною областю експлуатації апарата є переміщення “довільною поверхнею”, яка характеризується наявністю екстремумів висот та зміною кутів нахилу і може бути математично описана у вигляді повертної другого порядку.

Наявність екстремумів висот на поверхні спричинює зміщення точки проекції центра мас (ТПЦМ) при переміщенні апарата. При цьому положення ТПЦМ, подане вектором J (рис. 2), змінюється в залежності від

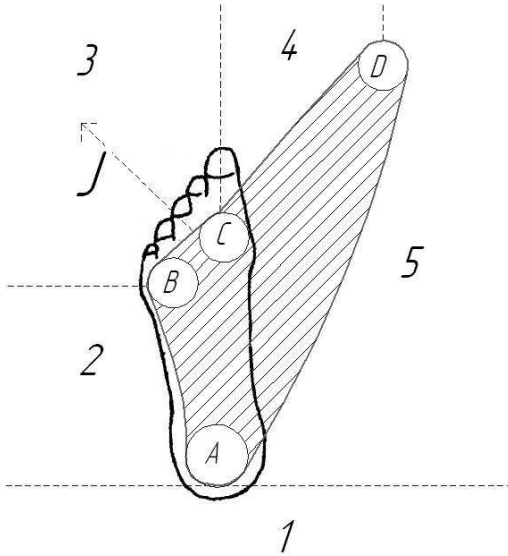


Рис. 2 – Области нестійкої рівноваги двохопороного апарата

кута між горизонталлю опори, яка задається трьома дотичними до неї точками екстремумів поверхні та ортом сили тяжіння. Тоді втрата рівноваги апаратом відбудеться лише при умові, що його ТПЦМ належить поверхні, яка формується системою нерівностей 1, і ця умова відстежується, як: $N' > N$, (рис. 3).

Можливість відстеження поточного значення кутів нахилу опори апарата до поверхні та до орта тяжіння дають змогу коригувати положенням його ТПЦМ, а відтак, дотримуватися рівноваги.

Канонічним принципом визначення положення ТПЦМ, за методами М. Вукобратовіча [3] та В. Белецького [8], є обчислення положення ланок апарата a, b, c, d, e, f та визначення сил, що діють на опору. При цьому, дотримуючись апріорної леми про перпендикулярність поверхні до сили тяжіння, забезпечення переміщення в умовах похилої площини пропонується коригувати відповідними кінетично-стабільними коефіцієнтами. У такому випадку рівняння руху апарата описується у вигляді:

$$\begin{aligned}
 M * \frac{\partial^2 r_c}{\partial t^2} &= R + P \\
 \frac{dK}{dt} &= (r_{t0M} - r_c) \times R, \\
 r_{t0M} &= r_v + r_{t0M} \\
 r_{t0M} &= r_v + r_{t0M}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

де: M – маса апарата; r_c – радіус-вектор центра його мас; t – час; R – вектор сили реакції опори апарата; P – орт сили тяжіння; K – кінетична енергія апарата.

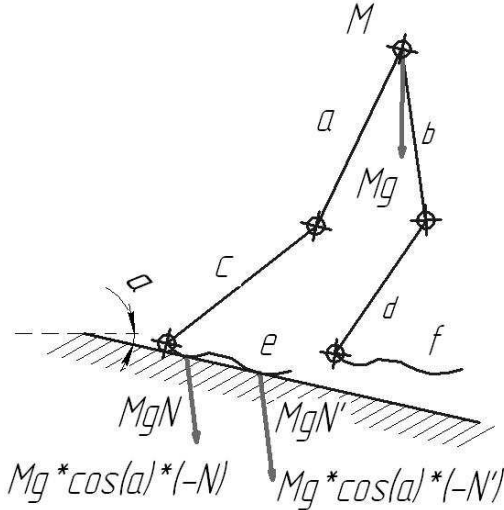


Рис. 3 – Вихід апарата за межі НР TM – центр мас апарата; Mg – орт гравітації; N – дія опори апарата на поверхню; N' – зміщення дії опори за межі поверхні; a, b, c, d, e, f – ланки апарата; MgN, MgN' – дія апарата на поверхню

тичний момент в осях Кеніга [8]; r_{iOM} – радіус-вектор, побудований від “п’яти” опори до точки нуль-моменту; r_V – радіус-вектор точки “п’яти”.

Очевидно, що рівняння 4 не враховує екстремумів поверхні і не містить корекцію на кути до площини опори, а, натомість, базується на моменті сил в дотичних точках, так званих точках нуль-моментів, та значенні радіус-вектора сил. Тобто апарат не реагуватиме на малі шуми поверхні, що потенційно спричинятимуть його падіння. Для врахування шумів, які зумовлені нерівністю поверхні, та для побудови повної моделі руху потрібно визначити характеристики поверхні в межах опори, зокрема, її кривизну та наявні екстремуми.

Із означення поверхні першого роду правомірно описати умову дотичності опори до екстремумів поверхні другого роду (беручи за умову наявності трьох екстремумів $r_0 > R, r_1 > R, r_2 > R$):

$$\begin{pmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{pmatrix} = 0. \quad (5)$$

Виходячи із рівняння 5, закону руху апарата, описаного рівнянням 4 та умови стійкості апарата, що описано рівнянням 2, визначимо умову стійкості апарата на поверхні другого роду:

$$\begin{pmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \end{pmatrix} = 0 \tag{6}$$

$x_0 \neq x_1 \neq x_2; y_0 \neq y_1 \neq y_2$,
 $z_{x_{p1}, y_{p2}} = \max(z_{x_R, y_R})$
 $x = 0$

$$p_1 = \lim_{x \rightarrow 1} L$$

$$x = \frac{-w}{2}$$

$$p_2 = \lim_{x \rightarrow \frac{w}{2}} W$$

де $x_{[0...2]}$ – координати екстремумів; $z_{[X_{p1...Y_{p2}]}$ – умова вибору точки екстремума; L, W – довжина та ширина опори; x_r, y_r – множина координат X та Y у межах опори.

Вказані параметри характеризують ТПЦМ апарата у повній мірі і можуть бути отримані із антропного принципу [1,2].

Беручи до уваги можливість “відриву” певної частини опори від поверхні (рис. 2,3), при порушенні рівноваги, можна визначити напрям зміщення ТПЦМ за допомогою матриці аргументів, яка відображена на рис.4. Наявність екстремумів на опорі відображується у виді локального збільшення сили реакції опри на площині в межах зони чутливості N, N' чи N'' . Застосовуючи критерій максимальної із радіальних сум аргументів зон чутливості N, N' чи N'' , визначається вектор найбільшої реакції опори. Так, відстеживши максимальні значення радіальних сум зон чутливості N, N' чи N'' , отримуємо відповідні вектори k, l, m , на перетині яких потенційно буде знаходитись ТПЦМ.

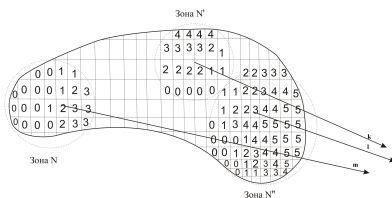


Рис. 4 – Напівсферичні зони чутливості на опорі апарату N, N', N'' – зони чутливості опори k, l, m – вектори знаходження ТПЦМ

Висновок

Запропонований в роботі метод дотримання рівноваги апарата, який базується на антропному принципі, характеризується високою інтенсивністю та спрощенням математичних моделей керування. Особливість методу полягає в застосуванні чутливих зон на опорі апарата та моделюванні переміщення ТПЦМ за інформацією із цих зон. Дотримання лімітів переміщення ТПЦМ забезпечує дотримання рівноваги із високою

точністю та потенційною здатністю до застосування методів стохастичного аналізу.

Література

1. Бернштейн Н. А. О построении движений. М.: Медгиз, 1947. – 254с.
2. Бернштейн Н. А. Очерки по физиологии движений и физиологии активности, М.:Мир, 1966
3. Vukobratovic M., Borovac B. and Potkonjak V., Towards a unified understanding of basic notions and terms in humanoid robotics, *Robotica* 25 (2007) 87–101
4. Cavagna, G. A., Thys H., and Zamboni A. The sources of external work in level walking and running. *J. Physiol. Lond.* 262: 639-57, 1976
5. Витензон А. С. , Петрушанская К. А. От естественного к искусственному управлению локомоцией , М., Научно-медицинская фирма МБН, 2003
6. Кисленко Ю.И. Тактильное ощущение шагающего робота. *Техническая кибернетика* № 6 УДК 62-50 1991 г.
7. Белецкий В.В. Двухногая ходьба: иодельные задачи динамики и управления. – М.:Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 288 с.

Отримано 12.03.2012 р.