УДК 658.5:519.85

О. Павлов, М. Кисельов, Б. Палеха

АГРЕГОВАНІ ОБ’ЄМНО-ЧАСОВІ МОДЕЛІ ПЛАНУВАННЯ ДЛЯ ОДНОГО КЛАСУ ДИСКРЕТНИХ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

Анотація: Розглянуто проблему складання календарного пооопераційного плану для одного класу дискретних виробничих систем, об’ємні характеристики якого повинні бути оптимальними відносно критерія, що включає в себе агреговані часові обмеження. Розв’язок цієї задачі пропонується виконувати в два етапи. Перший – знайти агрегований план, що відповідає одній із запропонованих авторами низки оригінальних агрегованих об’ємно-часових моделей. Другий етап – дезагрегація отриманого оптимального агрегованого плану, що включає в себе агреговані часові обмеження, в пооопераційний календарний план. Реалізація другого етапу в даній роботі не розглядається. Запропоновано низку лінійних моделей, що відрізняються між собою як кількістю обмежень і змінних, так і методами їх розв’язання, як задачі лінійного програмування. Запропоновані моделі узагальнені на випадок необхідності знаходження компромісного рішення відносно множини, можливо, антагоністичних лінійних критеріїв в детермінованій постановці та в умовах невизначеності.

Ключові слова: дискретна виробнича система, багатоцільове лінійне програмування, компромісні критерії, симплекс-метод.

1. Вступ

Управління дискретними виробничими системами (ДВС) включає в себе розв’язання двох взаємозв’язаних задач, а саме побудову календарних та оперативних пооопераційних планів. Ці задачі є досить складними і на сьогоднішній день є предметом теоретичних та прикладних досліджень в областях, таких як комп’ютерні науки, інформаційні технології, інженерія програмного забезпечення [1–15]. В даній роботі проблему створення календарного пооопераційного плану пропонується розв’язувати з використанням оптимального (компромісного) агрегованого плану, що є розв’язком задачі лінійного програмування (ЛП), чи низки задач ЛП в випадку необхідності знаходження компромісного рішення відповідно до заданої множини лінійних, можливо , антагоністичних лінійних функціоналів [17]. Побудова календарного пооопераційного плану може бути реалізована з використанням трьохрівневої моделі календарного пооопераційного планування [16], в якій замість моделі максимальної агрегації (одноетапної задачі календарного планування) можна використовувати запропоновані в цій роботі агреговані об’ємно-часові моделі виробництва.

 ISSN 1560-8956

2. Лінійна агрегована модель об'ємного планування

Викладені нижче агреговані об'ємно-часові моделі виробництва (АОЧМВ) є модифікацією універсальної широко вживаної лінійної агрегованої моделі об'ємного планування.

БПР задається наступним надлишковим описом:

$$\min_{max} c^T y, \tag{1}$$

$$Ay \leq b, \tag{2}$$

де $y_j \geq 0, j = \overline{1,n}$, $c = (c_1, \dots, c_n)^T$ – вектор коефіцієнтів лінійного функціоналу (1), $y = (y_1, \dots, y_n)^T$, компоненти вектора y є змінними задачі ЛП (1), (2) і одночасно агрегованими об'ємними компонентами прану виробництва ДВС. Компоненти вектору $b = (b_1, \dots, b_m)^T$ – це ресурсні обмеження, компоненти матриці A (розмірності $m \times n$) є ресурсними затратами на одиницю відповідної компоненти агрегованого плану.

Об'ємна модель (1), (2) не містить часових факторів, що часто приводить до неможливості на основі отриманого агрегованого плану виробництва створити календарний пооперацийний план, що задовольняє часовим обмеженням і зберігає знайдені оптимальні значення його агрегованих об'ємних параметрів.

3. Агрегація параметрів часових параметрів для одного класу ДВС

Пропонується наступні дві лінійні моделі часу завершення виконання j-того агрегованого продукту в кількості $y_j, j = \overline{1,n_1}, n_1 \leq n$.

а)

$$T_i = t_{0,i} + \alpha_i y_i, i = \overline{1,n_1}, n_1 \leq n, \tag{3}$$

де $\forall \alpha_i > 0$ – експертні коефіцієнти, $t_{0,i}$ – час початку виробництва j-го продукту. Використовується, коли агреговані продукти виробляються незалежно один від одного.

б) друга модель відповідає випадку коли існує обладнання на якому виконуються однотипні операції для кожного агрегованого продукту. В цьому випадку на момент початку виконання агрегованих накладаються обмеження

$$t_{0,i_j} \geq t_{0,i_1} + \sum_{l=1}^{j-1} \hat{a}_{i_l} y_{i_l}, j = \overline{1,n_1}, n_1 \leq n, \tag{4}$$

де T_j – час завершення виконання j-го агрегованого продукту в кількості $y_j, j = \overline{1,n_1}$, а $i_1, i_2, \dots, i_n$ – заданий порядок виконання на спільному обладнанні операцій для агрегованих продуктів $y_j, j = \overline{1,n_1}$.

Обмеження (4) відповідають випадку, коли існують множини операцій для виробництва агрегованих продуктів, що можуть вироблятися на однотипному обладнанні в заданій послідовності їх виконання.

$\forall \hat{a}_{i_j} > 0$ – відповідні експертні коефіцієнти.

Саме можливість достатньо точно задавати час виконання агрегованих продуктів в об’ємі y_j виразами (3) чи (3), (4) і задають клас, що розглядається в цій роботі.

Примітка 1. В запропонованих нижче АОЧМВ $t_{0,i}$ можуть бути невідомими, тоді в обмеженнях (3), (4) додаються нерівності

$$t_{0,i} \geq 0, i = \overline{1, n_1}.$$

Примітка 2. Послідовність виконання агрегованих продуктів може однозначно задаватися технологічними обмеженнями виробництва, а якщо послідовність їх виконання може бути довільною, її логічно задати за не зростанням їх пріоритетів.

$$\frac{\alpha_j y_j^з}{D_j}, j = \overline{1, n_1}, \tag{5}$$

де $D_j, j = \overline{1, n_1}$ – директивні строки виконання агрегованих продуктів в заданій кількості $y_j^з, j = \overline{1, n_1}, n_1 \leq n$. Ці вимогі задаються обмеженнями

$$y_j \geq y_j^з, j = \overline{1, n_1}, \tag{6}$$

в агрегованих об’ємно-часових моделях виробництва.

Штрафи за невиконання директивних строків задаються лінійними неспадними скалярними функціями

$$f_j \cdot z_j,\ f_j > 0, \tag{7}$$

де $j = \overline{1, n_1}$ – фіксовані числа, а z_j можуть задаватися виразами

$$\forall_j\, z_j = \max\left(0, T_j - D_j\right), \tag{8}$$

або

$$\forall_j\, z_j = \left|D_j - T_j\right|. \tag{9}$$

В загальному вигляді АОЧМВ представляє собою модель що включає обмеження з множини {(2); (3); (4); (6); $\left(T_j \leq D_j, j = \overline{1, n_1}\right)$} та виразами (7), (8) чи (7), (9) які задають аналітичні вирази штрафів за невиконання директивних строків.

4. Формалізація функцій штрафів за невиконання обмежень, накладених на директивні строки

Розглядається випадок, коли модель не містить жорстких обмежень

$$T_i \leq D_i, i = \overline{1, n_1}, \tag{10}$$

$$T_i = D_i, i = \overline{1, n_1}, \tag{11}$$

тобто директивні строки можуть порушуватися, але ДВС штрафується функціями

$$\sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot \max\left(0, (T_i - D_i)\right) \tag{12}$$

у випадку порушення умов (10) і

$$\sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot |D_i - T_i| \tag{13}$$

у випадку порушення умов (11).

 ISSN 1560-8956

5. Лінійні АОЧМВ

5.1. Перша лінійна АОЧМВ

$$\max\left(c^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right), \tag{14}$$

$$Ay \le b, y_i \ge 0, i = \overline{1, n},$$

$$T_i - z_i \le D_i, z_i \ge 0, \tag{15}$$

$$y_i \ge y_i^з, i = \overline{1, n_1}, n_1 \le n.$$

Змінними задачі ЛП (14), (15) є $y_i, i = \overline{1, n}$, z_i, $T_i, i = \overline{1, n_1}$, c^T – заданий невід'ємний вектор-рядок.

Примітка 3. В задачі ЛП (14), (15) і в усіх задачах ЛП приведених нижче, в обмеження для зменшення викладок використовується змінні $T_i, i = \overline{1, n_1}$. На справді в обмеженнях всіх задач ЛП замість T_i треба підставляти їх вирази (3) чи (3), (4), в залежності від типу ДВС, а також враховувати, що $t_{0,i_j} > 0, j = \overline{1, n_1}$, можуть також бути змінними задач ЛП.

5.2. Друга лінійна АОЧМВ

$$\max\left(c^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right), \tag{16}$$

$$Ay \le b, y_i \ge 0, i = \overline{1, n},$$

$$-z_i \le D_i - T_i \le z_i, \quad z_i \ge 0, \tag{17}$$

$$y_i \ge y_i^з, i = \overline{1, n_1}, n_1 \le n.$$

Змінними задачі ЛП (16), (17) є $y_i, i = \overline{1, n}$, z_i, $T_i, i = \overline{1, n_1}$. Друга лінійна АОЧМВ реалізує критерій (13), як складову (16).

5.3. Третя змішана лінійна АОЧМВ

$$\max\left(c^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right), \tag{18}$$

$$Ay \le b, y_i \ge 0, i = \overline{1, n},$$

$$T_i - z_i \le D_i, i = \overline{1, n_2}, n_2 \le n_1, z_i \ge 0, i = \overline{1, n_2}, \tag{19}$$

$$-z_i \le D_i - T_i \le z_i, i = \overline{n_2 + 1, n_1}, z_i \ge 0,$$

$$y_i \ge y_i^з, i = \overline{1, n_1}, n_1 \le n.$$

Змінними задачі ЛП (18), (19) є $y_i, i = \overline{1, n}$, z_i, $T_i, i = \overline{1, n_1}$. Третя модель в функціоналі (18) як складові, реалізує обидва критерії (12), (13).

5.4. Четверта лінійна АОЧМВ

$$\max\left(c^T y - \sum_{i=1}^{n_1} (a_i^+ u_i^+ + a_i^- u_i^-)\right), \tag{20}$$

$$Ay \le b, y_i \ge 0, i = \overline{1,n},$$
$$D_i - T_i = u_i^+ - u_i^-, i = \overline{1,n_1}, \quad u_i^+, u_i^- \ge 0, i = \overline{1,n_1}, \tag{21}$$
$$y_i \ge y_i^з, i = \overline{1,n_1}, n_1 \le n.$$

Змінними задач ЛП (20), (21) є $y_i, i = \overline{1,n}, u_i^+, u_i^-, T_i, i = \overline{1,n_1}$. $\forall a_i^+ > 0, a_i^- > 0$ – експертні коефіцієнти. Функціонал (20), як складову, містить критерій (13), якщо задача ЛП (20), (21) розв'язується сімплекс методом. Це випливає з властивостей довільного базиса задачі ЛП.

5.5. *П'ята змішана лінійна АОЧМВ*

$$\max\left(c^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i - \sum_{i=1}^{n_1}(a_i^+ u_i^+ + a_i^- u_i^-)\right), \tag{22}$$
$$Ay \le b, y_i \ge 0, i = \overline{1,n},$$
$$T_i - z_i \le D_i, z_i \ge 0, i = \overline{1,n_2},$$
$$z_i \ge 0, i = \overline{1,n_2},$$
$$D_i - T_i = u_i^+ - u_i^-, i = \overline{n_2+1,n_1}, \tag{23}$$
$$u_i^+, u_i^- \ge 0, i = \overline{n_2+1,n_1},$$
$$y_i \ge y_i^з, i = \overline{1,n_1}.$$

Змінними задачі ЛП (22), (23) є $\forall y_i, T_i, z_i, u_i^+, u_i^-$. Задача розв'язується лише симплекс-методом.

Примітка 4. Введення змінних $u_i^+ \ge 0, u_i^- \ge 0$ дозволяє в задачах ЛП (20), (21) та (22), (23), записаних в канонічній формі, в порівнянні з задачами ЛП (16), (17) та (18), (19) зменшити кількість змінних на величину $2n_1$ та $2(n_1 - n_2)$, відповідно, а кількість рівностей на n_1 та $(n_1 - n_2)$, відповідно.

6. Лінійні АОЧМВ в умовах невизначеності

Постановка задачі. В усіх функціоналах (14), (16), (18), (20), (22) вектор $c^T = (c_1, \dots, c_n)$ є випадковим і задається таблицею

$$\begin{pmatrix} c_{1m}, c_{2m}, \dots, c_{nm} \\ P_m > 0 \end{pmatrix}, m = \overline{1,M}, \sum_{m=1}^{M} P_m = 1, \forall c_{ij} \ge 0. \tag{24}$$

В цьому випадку узагальнення детермінованих лінійних АОЧМВ (1–5) є однотипним. Тому проілюструємо врахування умови (24) на першій лінійній АОЧМВ.

Введемо наступні означення:

$$f_{onm}^m = \max_y\left(c_m^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right), Ay \le b, y_i \ge 0, i = \overline{1,n}, \tag{25}$$
$$T_i - z_i \le D_i, z_i \ge 0, i = \overline{1,n_1},$$
$$y_i \ge y_i^з, i = \overline{1,n_1},$$

де $c_m = (c_{1m}, \dots, c_{nm})^{\mathrm{T}}$.

 ISSN 1560-8956

Будем шукати агрегований план, як розв'язок наступної задачі:

$$\min_y \sum_{m=1}^{M} P_m(c_m)\left[f_{onm}^m - \left(c_m^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right)\right], \quad (26)$$

$$Ay \le b, y_i \ge 0, i = \overline{1,n}, T_i - z_i \le D_i, z_i \ge 0, i = \overline{1,n_1}, \quad (27)$$

$$y_i \ge y_i^з, i = \overline{1,n_1}.$$

Відповідно до [17], розв'язку задачі (26), (27) відповідає розв'язок наступної задачі ЛП:

$$\max_y \sum_{m=1}^{M} P_m(c_m)\left(c_m^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right), \quad (28)$$

$$Ay \le b, y_i \ge 0, i = \overline{1,n}, T_i - z_i \le D_i, z_i \ge 0, i = \overline{1,n_1}, \quad (29)$$

$$y_i \ge y_i^з, i = \overline{1,n_1}.$$

7. Лінійні багатоцільові АОЧМВ

Обмеження кожної багатоцільової лінійної моделі залишаються попередніми (п. 8), але замість одного скалярного лінійного критерія з'являється низка $\left\{\max\left(c_l^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right), l = \overline{1,L}\right\}$ чи $\left\{\max\left(c_l^T y - \sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i^+ u_i^+ + \alpha_i^- u_i^-\right), l = \overline{1,L}\right\}$ чи їх відповідні комбінації (див. вираз функціоналів лінійних АОЧМВ (1–5)), $c_l^T, l = \overline{1,L}$ – невід'ємні фіксовані вектор-рядки.

Така задача виникає, наприклад, коли існує L різних суб'єктів, прибуток яких залежить лише від мінімізації одного з множини лінійних функціоналів. Знайти вектор y, який мінімізує одночасово всі лінійні функціонали, в загальному випадку неможливо. Треба знайти компромісне рішення. Пропонується вибирати один з компромісних критеріїв, і відповідний йому алгоритм, що викладені в [17].

Примітка 5. Аналогічно п. 6 можна розглядати багатоцільові лінійні АОЧМВ в умовах невизначеності. Дійсно, в [17] запропоновані 16 компромісних критеріїв та відповідних кожному з них задач ЛП для загального випадку багатоцільових задач ЛП в детермінованій постановці та в умовах невизначеності. Як і в п. 6 і в цьому випадку узагальнення детермінованих лінійних АОЧМВ (п. 5.1–5.5) є однотипним.

Проілюструємо на прикладі першої лінійної АОЧМВ її узагальнення на багатоцільову лінійну АОЧМВ в детермінованій постановці та в умовах невизначеності з використанням компромісних критеріїв 1, 1а [17].

8. Перша багатоцільова лінійна АОЧМВ в детермінованій постановці (перший компромісний критерій [17])

Перший компромісний критерій має вигляд

$$\min_y \sum_{l=1}^{L} \omega_l\left[f_{onm}^l - \left(c_l^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right)\right], \quad (30)$$

$$Ay \le b, y_i \ge 0, i = \overline{1,n}, T_i - z_i \le D_i, z_i \ge 0, i = \overline{1,n_1}, \quad (31)$$

$$y_i \geq y_i^{з}, i = \overline{1, n_1}.$$

де

$$f_{опт}^{l} = \max_y\left(c_l^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right), \quad (32)$$

$$Ay \leq b, y_i \geq 0, i = \overline{1, n}, T_i - z_i \leq D_i, z_i \geq 0, i = \overline{1, n_1}, \quad (33)$$

$$y_i \geq y_i^{з}, i = \overline{1, n_1},$$

$\omega_l > 0, l = \overline{1, L},$ – експертні коефіцієнти.

Відповідно до [17], компромісний агрегований план є розв’язком наступної задачі ЛП:

$$\max_y \sum_{l=1}^{L} \omega_l\left(c_l^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right), \quad (34)$$

$$Ay \leq b, y_i \geq 0, i = \overline{1, n}, T_i - z_i \leq D_i, z_i \geq 0, i = \overline{1, n_1}, \quad (35)$$

$$y_i \geq y_i^{з}, i = \overline{1, n_1}.$$

Нехай $y_{ком}$ – це розв’язок задачі ЛП (34), (35).

Користувачу видаються всі різниці

$$f_{опт}^{l} - \left(c_l^T y_{ком} - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_{i_{ком}}\right), l = \overline{1, L}, \quad (36)$$

він їх аналізує і збільшує значення тих ω_l, відповідні різниці при яких в (36) бажано зменшити. Знову розв’язується задача ЛП (34), (35) і аналізується її розв’язок. Описана алгоритмічна процедура продовжується, доки користувач не отримує бажаний компромісний розв’язок.

9. Перша багатоцільова АОЧМВ в умовах невизначеності

Відповідно до [17], вводимо $n+1$ вимірні дискретні випадкові величини $c_{l1}, \ldots, c_{ln}, f_{onm}^{l}, l = \overline{1, L}$, кожна з яких задається відповідною таблицею з множини

$$\begin{Bmatrix} c_{l1}^m, \ldots, c_{ln}^m, f_{onm}^{lm} \\ P_l^m > 0, \sum_{m=1}^{M_l} P_l^m = 1 \end{Bmatrix}, l = \overline{1, L}, m = \overline{1, M_l}, \forall c_{ij}^m \geq 0, \quad (37)$$

де

$$f_{onm}^{lm} = \max_y\left((c_l^m)^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right), \quad (38)$$

$$Ay \leq b, y_i \geq 0, i = \overline{1, n}, T_i - z_i \leq D_i, z_i \geq 0, i = \overline{1, n_1}, \quad (39)$$

$$y_i \geq y_i^{з}, i = \overline{1, n_1},$$

де $(c_l^m)^T = (c_{l1}^m, \ldots, c_{ln}^m)$.

Компромісний критерій 1а [17] має вигляд:

$$y_{\text{ком}} = \arg \begin{Bmatrix} \min_y \sum_{l=1}^{L} \omega_l \left[\sum_{m=1}^{M_l} P_l^m \left[f_{\text{опт}}^{lm} - \left((c_l^m)^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right)\right]\right]; \\ Ay \leq b, i = \overline{1, n}, T_i - z_i \leq D_i, z_i \geq 0, i = \overline{1, n_1}, y_i \geq y_i^{з}, i = \overline{1, n_1} \end{Bmatrix}. \quad (40)$$

Як показано в [17], $y_{ком}$ по критерію 1а є розв’язком наступної задачі ЛП:

$$\max_y \sum_{l=1}^{L} \omega_l \left[\sum_{m=1}^{M_l} P_l^m \left[(c_l^m)^T y - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_i\right]\right], \quad (41)$$

$$Ay \leq b, i = \overline{1, n}, T_i - z_i \leq D_i, z_i \geq 0, i = \overline{1, n_1}, \quad (42)$$

$$y_i \geq y_i^{з}, i = \overline{1, n_1}.$$

 ISSN 1560-8956

Користувач аналізує значення математичних сподівань відповідних різниць

$$\sum_{m=1}^{M_l} P_l^m \left[f_{опт}^{lm} - \left((c_l^m)^T y_{ком} - \sum_{i=1}^{n_1} f_i \cdot z_{i_{ком}}\right)\right], l = \overline{1, L}, \tag{43}$$

і, змінюючи значення додатних експертних вагових коефіцієнтів ω_l, намагається отримати значення різниць (43), які його задовольняють.

Примітка 6. Аналогічно прикладам 8, 9 знаходяться компромісні рішення всіх п’яти багатоцільових лінійних АОЧМВ в детермінованій постановці за шістьома компромісними критеріями [17] і в умовах невизначеності за десятьма компромісними критеріями [17].

Примітка 7. В багатоцільових лінійних моделях [17] використані критерії, що записані в стандартній формі: $\min c_l^T y, l = \overline{1, L}$. Критерії в даній роботі задані відповідно змісту задачі – максимізація прибутку. Тому в п. 6–9 використовуються критерії [17] в очевидним чином модифікований формі.

Висновки

1. Введено клас дискретних виробничих систем, для якого можливо запропонувати лінійні агреговані об’ємно-часові моделі виробництва, що суттєво спрощують побудову пооопераційних календарних планів, оптимальних відповідно до лінійних критеріїв, що містять як складові, штрафі за невиконання директивних строків.

2. Запропоновані лінійні агреговані об’ємно-часові моделі виробництва в детермінованій постановці та в умовах невизначеності, та відповідні їм алгоритми знаходження агрегованих виробничих критеріїв виробництва.

3. Запропоновано багатоцільові лінійні агреговані об’ємно-часові моделі виробництва в детермінованій постановці та в умовах невизначеності, та відповідні їм алгоритми побудови компромісних агрегованих планів виробництва.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Zgurovsky M.Z., Pavlov A.A. Introduction. In: Combinatorial Optimization Problems in Planning and Decision Making: Theory and Applications, 1st ed. *Studies in Systems, Decision and Control*. 2019. Vol. 173. P. 1–14. Cham: Springer. DOI: 10.1007/978-3-319-98977-8_1

2. Leng J., Jiang P. Dynamic scheduling in RFID-driven discrete manufacturing system by using multi-layer network metrics as heuristic information. *Journal of Intelligent Manufacturing*. 2019. Vol. 30. Iss. 3. P. 979–994. DOI: 10.1007/s10845-017-1301-y

3. Li J. Overlapping decomposition: A system-theoretic method for modeling and analysis of complex manufacturing systems. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*. 2005, Vol. 2. Iss. 1. P. 40–53. DOI: 10.1109/tase.2004.835576

4. Wang C., Jiang P. Manifold learning based rescheduling decision mechanism for recessive disturbances in RFID-driven job shops. *Journal of Intelligent Manufacturing*. 2016. Vol. 29. Iss. 7. P. 1485–1500. DOI: 10.1007/s10845-016-1194-1

5. Sabuncuoglu I., Bayiz M. Analysis of reactive scheduling problems in a job shop environment. *European Journal of Operational Research*. 2000. Vol. 126. Iss. 3. P. 567–586. DOI: 10.1016/s0377-2217(99)00311-2

6. Ouelhadj D., Petrovic S. A survey of dynamic scheduling in manufacturing systems. *Journal of Scheduling*. 2009. Vol. 12. Iss. 4. P. 417–431. DOI: 10.1007/s10951-008-0090-8

7. Khodke P.M., Bhongade A.S. Real-time scheduling in manufacturing system with machining and assembly operations: A state of art. *International Journal of Production Research*. 2013. Vol. 51. Iss. 16. P. 4966–4978. DOI: 10.1080/00207543.2013.784414

8. Buzacott J.A., Shanthikumar J.G. *Stochastic Models of Manufacturing Systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. 1993. 553 p.

9. Neumann A., Hajji A., Rekik M., Pellerin R. Genetic algorithms for planning and scheduling engineer-to-order production: a systematic review. *International Journal of Production Research*. 2024. Vol. 62. Iss. 8. P. 2888–2917. DOI: 10.1080/00207543.2023.2237122

10. Neumann A., Hajji A., Rekik M., Pellerin R. A didactic review on genetic algorithms for industrial planning and scheduling problems. *IFAC-PapersOnLine*. 2022. Vol. 55. Iss. 10. P. 2593-2598. DOI: 10.1016/j.ifacol.2022.10.100

11. Aliyev A.G. Development of Models of Manufacturing Processes of Innovative Products at Different Levels of Management. *International Journal of Information Technology and Computer Science (IJITCS)*. 2019. Vol. 11. No. 5. P. 23–29. DOI: 10.5815/ijitcs.2019.05.03

12. Aliyev A.G. Shahverdiyeva R.O. Application of Mathematical Methods and Models in Product – Service Manufacturing Processes in Scientific Innovative Technoparks. *International Journal of Mathematical Sciences and Computing (IJMSC)*. 2018. Vol. 4. No. 3. P. 1–12. DOI: 10.5815/ijmsc.2018.03.01

13. Mekidiche M., Belmokaddem M., Djemmaa Z. Weighted Additive Fuzzy Goal Programming Approach to Aggregate Production Planning. *International Journal of Intelligent Systems and Applications (IJISA)*. 2013. Vol. 5. No. 4. P. 20–29. DOI: 10.5815/ijisa.2013.04.02

14. Qin G., Sun S., Ye H., Lu D. Strategies on Teaching Reformation for Mechanical Manufacturing Technology. *International Journal of Education and Management Engineering (IJEME)*. 2011. Vol. 1. No. 6. P. 70–75. DOI: 10.5815/ijeme.2011.06.11

15. Wang L., Tang D. Optimization for manufacturing system based on Pheromone. *International Journal of Information Technology and Computer Science (IJITCS)*. 2011. Vol. 3. No. 3. P. 15–21. DOI: 10.5815/ijitcs.2011.03.03

16. Zgurovsky M.Z., Pavlov A.A. The Four-Level Model of Planning and Decision Making. In: Combinatorial Optimization Problems in Planning and Decision Making: Theory and Applications, 1st ed. *Studies in Systems, Decision and Control*. 2019. Vol. 173. P. 347–406. Cham: Springer. DOI: 10.1007/978-3-319-98977-8_8

17. Pavlov A.A. Models and algorithms of multipurpose linear programming. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2020. Vol. 52. Iss. 11. P. 48–59. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v52.i11.401