УДК 621.924.229.86

А.Г. Кику, А.В. Датских

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ПРОСТРАНСТВЕ ЛАПЛАСА

Аннотация: Рассмотрена и исследована возможность решения задач идентификации в интегральных пространствах, в частности в пространстве Лапласа. Обсуждены преимущества применения этого подхода для решения упомянутых задач на основе этого подхода. Приведены результаты исследования на основе решения задачи параметрической идентификации для стационарного динамического объекта второго порядка.

Ключевые слова: динамический объект, параметрическая идентификация, оценки параметров, чувствительность.

Введение

Целью данной статьи является демонстрация преимуществ решения задач идентификации в интегральном пространстве Лапласа, которое позволяет сформулировать и решить задачи на основе алгебраических моделей.

Пусть для простоты объект идентификации описывается дифференциальным уравнением

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \boldsymbol{p}^i y(t) = bu(t),\ \boldsymbol{p} = d/dt,\ \boldsymbol{p}^i y(0) = 0,\ i = \overline{0,n}. \tag{1}$$

Для определения выходной величины $y(t)$ объекта необходимо решить дифференциальное уравнение (1) при указанных начальных условиях.

В пространстве Лапласа или Карсона динамическая модель (1) объекта принимает следующий алгебраический вид:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \boldsymbol{p}^i y(s) = bu(s), \tag{2}$$

где s – переменная Лапласа. При этом изображение $y(s)$ выходной величины $y(t)$принимает следующий вид:

$$y(s) = \frac{b}{\sum\limits_{i=0}^{n-1} a_i \boldsymbol{p}^i y(s)} u(s) = W(s)u(s), \tag{3}$$

где $W(s)$ – передаточная функция.

Задача параметрической идентификации при этом состоит в определении оценок $\hat{a}_i$, $\hat{b}$ параметров a_i, b модели (2), которая при $a_n = 1$ может быть приведена к следующему виду:

$$a_{n-1}s^{n-1}y(s) + \ldots + a_0y(s) - bu(s) = -s^n y(s). \tag{4}$$

Для их определения необходимо иметь n независимых условий. Эти условия могут быть получены в виде выражения (4), рассмотренного при различных n значениях s_i переменной s:

$$\begin{array}{l} a_{n-1}s_1^{n-1}y(s_1) + \ldots + a_0y(s_1) - bu(s_1) = -s^n y(s_1) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n-1}s_n^{n-1}y(s_n) + \ldots + a_0y(s_n) - bu(s_n) = -s^{n-1} y(s_n) \end{array} . \tag{5}$$

В качестве $y(s_i)$, $u(s_i)$ в выражении (5) могут быть выбраны в виде некоторых оценок изображений $\hat{y}(s_i)$,$\hat{u}(s_i)$ процессов $y(t)$, $u(t)$ путем приближенного преобразования Лапласа (или Карсона) входной и выходной величин объекта $y(t)$, $u(t)$ а именно:

$$\hat{y}(s_i) = \int_0^T y(t)e^{-s_i t_i}dt, \tag{6}$$

$$\hat{u}(s_i) = \int_0^T u(t)e^{-s_i t_i}dt. \tag{7}$$

Структурная схема предложенного метода идентификации приведена на рис. 1, где L(.) – оператор преобразования Лапласа.

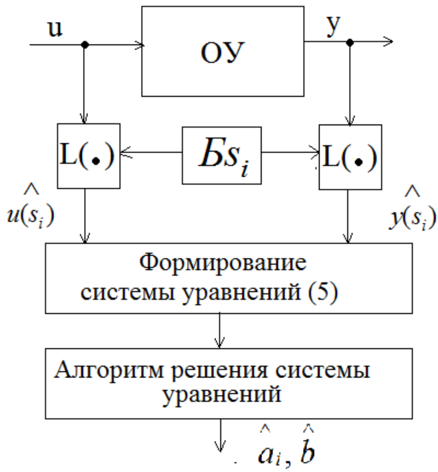

Рис. 1 – Общая структурная схема определения оценок параметров.

Степень точности полученных оценок зависят от интервала интегрирования T и от набора значений s_i переменной Лапласа. Интервал T должен выбираться с учетом того, чтобы произведения

$y(t)e^{-s_iT_i}$, $u(t)e^{-s_iT_i}$ в выражениях (6,7) были бы приблизительно равными нулю. Набор значений s_i выбирается из условия максимума функции чувствительности по соответствующим параметрам, т.е следующим образом

Отсюда вытекает, что в свою очередь интервал интегрирования также зависит от значений s_i переменной s.

Значения переменной s должны выбираться с учетом обеспечения максимальных значений функций чувствительности критерия качества оценок $\hat{a}_i$, $\hat{b}$ идентифицируемых параметров a_i, b.

Пусть в качестве критерия на базе которого определяется оценки $\hat{a}_i$, b параметров a, b используется среднеквадратичная мера:

$$Q = \varepsilon - (s) = \overline{(y_o - y_м)}^2 = \overline{(y_o - W(s,a,b)u)}^2, \tag{8}$$

где a – вектор параметров a_i.

Тогда оптимальные значения $\hat{a}^*$, $\hat{b}^*$, оценок $\hat{a}$, $\hat{b}$ параметров a, b с учетом выпуклости критерия Q могут быть определены следующим образом:

$$\left\{\hat{a}^*, \hat{b}^*\right\} = \arg\left\{\frac{\min}{a,b} Q(a,b,s)\right\} = \arg\left\{\begin{array}{c} \frac{\partial Q(a,b,s)}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial Q(a,b,s)}{\partial b} = 0 \end{array}\right\}. \tag{9}$$

Оптимальный набор значений s_i^* переменной Лапласа выбирается из условия максимума модулей $|\gamma_a|$, $|\gamma_b|$ функции чувствительности γ_a, γ_b критерия Q по s т.е следующим образом:

$$s_i^* = \arg\left\{\frac{\max}{s}\left(|\gamma_a(s)|, |\gamma_b(s)|\right)\right\}. \tag{10}$$

В выражении (10) γ_a, γ_b представляют собой соответствующие части в выражениях

$$\begin{gathered} \frac{\partial Q(a,b,s)}{\partial a} = \overline{-2\varepsilon\frac{\partial W(s)}{\partial a}u} = \varepsilon\gamma_a(s), \\ \frac{\partial Q(a,b,s)}{\partial b} = \overline{-2\varepsilon\frac{\partial W(s)}{\partial b}u} = \varepsilon\gamma_b(s). \end{gathered} \tag{11}$$

В рамках данной статьи для простоты приведены результаты предварительного исследования данного подхода на основе динамического объекта второго порядка при нулевых начальных условиях и единичной входной величины, дифференциальное уравнение которого имеет следующий вид:

$$\boldsymbol{p}^2 y(t) + a_1 \boldsymbol{p} y(t) + a_0 y(t) = bu(t),\ \boldsymbol{p} = d/dt,\ y(0) = 0,\ ,py(0) = 0. \tag{12}$$

В пространстве Лапласа или Карсона динамическая модель (12) объекта принимает следующий алгебраический вид:

$$s^2 y(s) + a_1 s y(s) + a_0 y(s) = bu(s), \tag{13}$$

где s – переменная Лапласа.

В этом случае необходимо определить оценки $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$, $\hat{b}$ параметров a_0, a_1, b. Для формирования системы уравнений (5) необходимо использовать изображения входной и выходной величин объекта при трех различных значения переменной s_1, s_2, s_3.

При выполнении экспериментальных исследований были выбраны следующие значения параметры модели (12): $a_0 = 2$, $a_1 = 3$, $b = 2$. При этом решение дифференциального уравнения (12) имеет вид

$$y(t) = 1 - 2 \cdot e^{-t} + e^{-2t}. \tag{14}$$

Экспериментальные исследования были выполнены на основании преобразования Карсона. Заметим, что при этом

$$u(s) = 1,\ y(s) = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_0} u(s) = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_0}, \tag{15}$$

а система уравнений (5) принимает следующий вид:

$$\begin{array}{l} a_1 s_1 y(s_1) + a_0 y(s_1) - b = -s_1^2 y(s_1) \\ a_1 s_2 y(s_2) + a_0 y(s_2) - b = -s_2^2 y(s_2) \\ a_1 s_3 y(s_3) + a_0 y(s_3) - b = -s_3^2 y(s_3) \end{array}. \tag{16}$$

Оценка $\hat{y}(s_i)$ изображений $y(s_i)$ были определены следующим образом:

$$\hat{y}(s_i) = s_i \int\limits_0^T y(t) \cdot e^{-s_i \cdot t} dt. \tag{17}$$

В качестве набора s_i был использован набор $s_1 = 0.5$, $s_2 = 1$, $s_3 = 2$

Как было выше указано, точность полученных оценок зависит от интервала интегрирования T в выражении (17). В данной статье в качестве суммарной меры оценки точности $\hat{a}_1$, $\hat{a}_0$, b выбрана следующая мера.

При выбранном наборе s_i и при $T = 15$, суммарная погрешность Δ определения оценок равна:

$$\Delta = |\Delta a_0| + |\Delta a_1| + |\Delta b| = |a_0 - \hat{a}_0| + |a_1 - \hat{a}_1| + \left| b - \hat{b} \right|. \tag{18}$$

Как было сказано, погрешность определения оценок естественным образом зависит от интервала интегрирования в выражении (17). Эта зависимость для выбранного набора s_i приведена на следующем рисунке.

Как видно из этого рисунка при использовании $T > 15$ практически значения оценок $\hat{a}_1$, $\hat{a}_0$, $\hat{b}$ совпадают со значениями самих параметров a_0, a_1, b. Так относительная суммарная погрешность

 ISSN 1560-8956

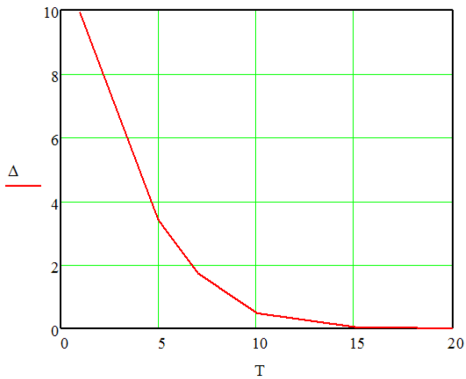

Рис. 2 – Зависимость суммарной погрешности оценок от интервала интегрирования.

$\overline{\Delta} = \frac{\Delta}{a_0^{+} a_0 + b} \cdot 100\%$ при $T = 15$ равна $\overline{\Delta} \approx 0,57\%$, а при $T = 20$ – $\overline{\Delta} \approx 0,057\%$.

Зависимость погрешности оценок от отклонения значений s_i от их оптимальных значений найденных из условий максимума функции чувствительности (10) будет приведена в последующих публикациях.

Выводы

Предложенный метод определения оценок параметров объекта в интегральных пространствах Лапласа и Карсона позволит:

1. Определить оценки указанных параметров;
2. Позволяет определить оптимальный набор значений переменных Лапласа и Карсона при заданном интервале интегрирования при определении оценок изображений входной и выходной величин объекта;
3. Позволяет определить минимальный интервал интегрирования при определении оценок изображений входной и выходной величин объекта для используемого набора значений переменных Лапласа и Карсона

Дальнейшие исследования будут направлены на:

- создание оптимального алгоритма определения оценок переменного состояния динамического объекта с учетом одновременного выбора как оптимального набора значений переменных Лапласа, так и времени интегрирования для определения оценок изображений входной и выходной величин объекта

- разработку алгоритма предложенного подхода идентификации с учетом влияния начальных условий выходной величины идентифицируемого объекта.
- разработку алгоритма идентификации объектов представленных векторно-матричными моделями
- применение полученных результатов для синтеза адаптивных фильтров переменных состояния и адаптивных регуляторов.

Библиографический список

1. *Бессонов А.А.* Методы и средства идентификации динамических объектов. / Бессонов А.А., Загашвили Ю.В., Маркелов А.С.- Л.: Энергоатомиздат, 1989.
2. *Кику А.Г.* Улучшение калмановской фильтрации переменных состояния / А.Г. Кику // Адаптивные системы автоматического управления. — 2003. — № 6 (26). — С. 38–43.
3. *Семёнов А.Д.* Идентификация объектов управления: Учебное пособие. / Семёнов А.Д., Артамонов Д.В., Брюхачев А.В. – Пенза: Пенз. гос. ун-т, 2003. – С. 64–72.

Отримано 12.10.2013 р.