

УЛУЧШЕНИЕ КАЧЕСТВА ФИЛЬТРАЦИИ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Аннотация: Статья посвящена повышению эффективности оценок переменных состояния дискретных динамических объектов на основе компенсации влияния рассогласования начальных условий переменных состояния дискретного объекта и фильтра. Последнее в статье предлагается осуществить путем внедрения с контур стандартного фильтра Калмана дополнительной матрицы усиления, параметры которой выбираются из условия обеспечения оптимальной эффективности оценок переменных состояния и недопущения нежелательных процессов в контуре процедуры фильтрации.

Ключевые слова: динамические объекты, оценка переменных состояния, компенсация рассогласования.

Как показывают исследования, выполненные авторами статьи, качество калмановской фильтрации переменных состояния оптимально лишь в случае отсутствия рассогласования начальных условий объекта и фильтра. Отсюда вытекает, что интегрально фильтр Калмана не является оптимальным. Для синтеза оптимальных фильтров необходимо более корректная, чем калмановская, постановка задачи фильтрации, учитывающая влияние упомянутого рассогласования.

Корректная постановка задачи фильтрации должна иметь следующий вид:

$$\hat{x}[k] = \arg \left\{ \min_{L, K, B} \sigma_{\Sigma}^2 \left| \begin{array}{l} x[k+1] = A[k]x[k] + B[k]u[k] + Gw[k], \\ y[k] = C[k]x[k] + v[k], \\ Mw[k] = 0, Mv[k] = 0, \\ Cov(w[i]w[j]) = Q_w \delta[i-j], \\ Cov(v[i]v[j]) = R_v \delta[i-j], \\ Cov(w[i]v[j]) = 0, \\ Cov(\hat{x}[0] - x[0]) = P_0. \end{array} \right. \right\}, \quad (1)$$

где $x[k] = (x_1 \dots x_n)^T$, $\hat{x}[k] = (\hat{x}_1 \dots \hat{x}_n)^T$, $u[k] = (u_1 \dots u_m)^T$, $y[k] = (y_1 \dots y_l)^T$ – векторы переменных состояния, его оценки, входы объекта и выходы измерителя его выходной величины, w, v – помехи на входе объекта и выходе измерителя, M, Cov – операторы математического ожидания и ковариации соответственно, Q_w, R_v – интенсивности помех w, v , δ_{ij} – символ Кронекера, $\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_{v,w}^2 + \sigma_{\varepsilon(0)}^2$, $\sigma_{v,w}^2$ – составляющая дисперсии оценок, зависящая от помех w, v , $\sigma_{\varepsilon(0)}^2$ – составляющая дисперсии оценок, зависящая от рассогласования начальных условий $\varepsilon[k] = x[k] - \hat{x}[k]$, L, B, K – матрица состояния фильтра, матрица входа по управлению $u[k]$, матрица входа по выходу $y[k]$ объекта. Предложенная постановка задачи

фильтрации позволит синтезировать более оптимальный фильтр, чем фильтр Калмана.

Очевидно, что после выхода указанного фильтра на стационарный режим он превращается в обычный фильтр Калмана, который по существу представляет собой фильтр Винера. На основе эвристических соображений для эффективного подавления влияния рассогласования $\varepsilon[k] = x[k] - \hat{x}[k]$ контур процедуры фильтрации должен иметь “достаточно большой” коэффициент усиления. Но для недопущения нежелательных процессов фильтрации (неустойчивых, колебательных и др.) с течением времени коэффициент усиления контура фильтрации должен совпадать с коэффициентом усиления стандартного фильтра Калмана.

Улучшенный фильтр переменных состояния может быть синтезирован следующим образом:

1. Синтезировать стандартный фильтр Калмана.

2. В контур полученного стандартного фильтра внедрить дополнительную матрицу усиления со структурой $K_D = K_0 e^{-\alpha k} + E$, где матрица K_0 определяется с учетом требуемого быстродействия компенсации влияния начальных условий, а α выбирается с учетом недопущения нежелательных процессов фильтрации.

В общем случае аналитическое определение K_0 и α невозможно. Они могут быть определены на базе итерационных процедур, в которых их критерием оптимальности является суммарная оценка переменных состояния.

В этой статье приводятся результаты экспериментальных исследований предложенного фильтра для объекта второго порядка. Для сравнения эффективностей фильтров Калмана и предложенного использованы следующие критерии:

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (q_j^K - q_j^Y)^2, q_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (x_{ji} - \hat{x}_{ji})^2, \gamma = \frac{Q_i^K}{Q_i^Y}, \gamma_\Sigma = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i^K}{\sum_{i=1}^2 Q_i^Y}, \quad (2)$$

где i, j – номера переменных состояния и интервалов рассогласования начальных условий, K, Y – индексы фильтров Калмана и улучшенного соответственно.

Графики результатов моделирования имеют следующий вид:

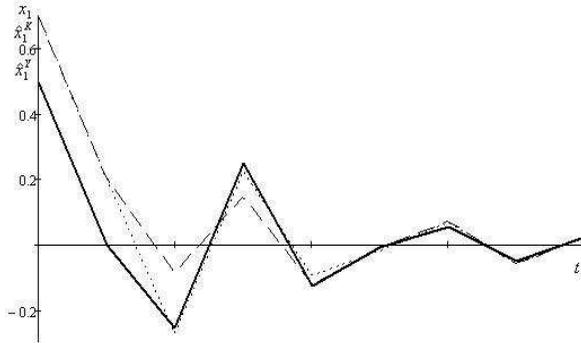


Рис. 1 – Графики 1-й переменной состояния, калмановской и улучшенной оценок (сплошная, пунктирная и точечная линии соответственно)

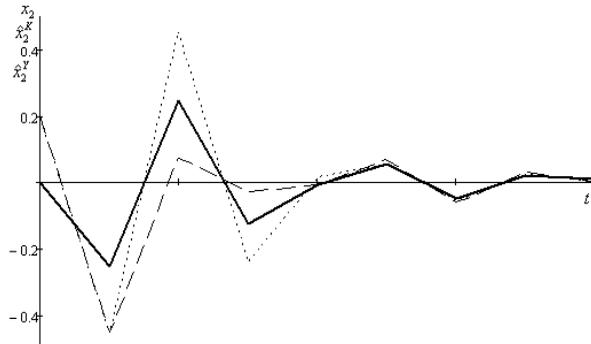


Рис. 2 – Графики 2-й переменной состояния, калмановской и улучшенной оценок (сплошная, пунктирная и точечная линии соответственно)

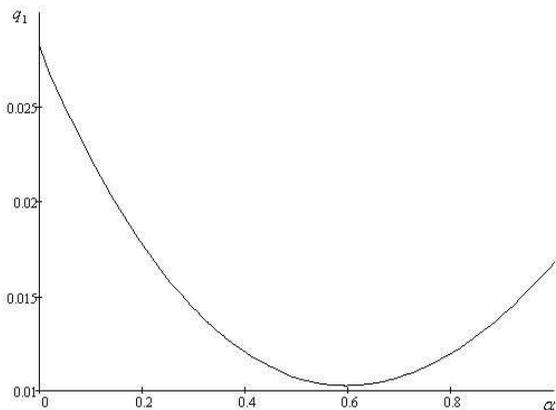


Рис. 3 – Графики зависимости критерия качества фильтрации 1-й переменной состояния от параметра α

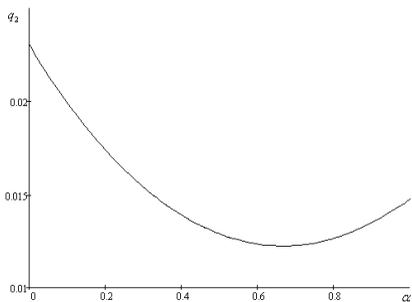


Рис. 4 – Графики зависимости критерия качества фильтрации 1-й переменной состояния от параметра α

Результаты экспериментальных исследований доказывают высокую эффективность предложенного способа фильтрации переменных состояния дискретных динамических объектов.

Литература

1. Kalman R.E. The theory of Optimal Control and the Calculus of Variations. Mathematical Optimization Techniques // University of California Press, Berkeley – 1963.
2. А.Г.Кику, Е.Ю.Рева. Компенсация влияния рассогласования начальных условий фильтров переменных состояния // Адаптивные системы автоматического управления.-2006.- 9 (29).

Отримано 14.12.2009 р.