

## **СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО ПРОЦЕСУ НАВЧАННЯ**

### **1. Вступ**

Системний (модельний) підхід, в основу якого покладено поняття математичної моделі об'єкта, застосовується з відповідною метою (оптимальне оцінювання параметрів, керування, прогнозування, діагностика стану і параметрів, розпізнавання та ін.) та широко використовується в різних галузях (наука, техніка, економіка, медицина та ін.). Як правило, розробниками сучасних методів системного аналізу та синтезу на його основі досконалих систем є вчені-викладачі навчальних закладів (штатні та сумісники). Парадокс полягає в тому, що створюючи найдосконаліші складні системи вчені-викладачі чомусь обминають галузь в якій працюють - освіту. Остання ж потребує серйознішого системного аналізу з наступною оптимізацією. Існуючі “нечіткі” моделі молодого спеціаліста – це перелік питань з відповідної спеціальності, які він повинен знати, вміти, володіти в них навичками. Це – паспорт спеціаліста. Такий показник якості спеціаліста, сформульований багато років тому, в еру відсутності потужних обчислювальних та інформаційних засобів (ЕОМ, Інтернет, тощо), не відповідає сучасним вимогам і технічним можливостям. Він є морально застарілим, таким, що дає якісну, а не кількісну оцінку. Відсутність чіткого, математично-формалізованого критерію (цілі) відповідної освіти призводить до недостатньої цілеспрямованості матеріалу окремих курсів на кінцевий результат – створення спеціаліста у відповідній галузі. Учебні плани і програми в більшості написано “по максимуму”. За умови обмеженості і неефективності використання часу навчального процесу вони реалізуються не повністю і сприймаються навчаними ще в меншій мірі. Оцінювання знань носить дуже наближений, інколи не об'єктивний характер. Як правило оцінки завищуються викладачем, щоб зберегти зовнішній імідж навчального закладу та викладача, а також внаслідок недостатності часу для проведення поточного об'єктивного контролю знань, вмінь і навичок. То ж деякі вищі навчальні заклади перетворюються в “потёмкинские деревни”: зовні – густо, в середині – порожньо.

### **2. Системний підхід**

Глибокий і стабільний у часі рівень засвоєння знань про той чи інший об'єкт досягається шляхом застосування сучасного системно-теоретичного підходу. В його основу покладено поняття математичної моделі процесів, що відбуваються в реальному об'єкті, а саме їх взаємозв'язок, тобто виявлення і кількісне визначення математичної залежності між причинними і наслідковими змінними реального об'єкту. Складовими системно-теоретичного підходу є:

---

© В.М. Галай, А.М. Сільвестров, Л.Ю. Спінул , 2008

- моделювання – процес отримання математичної моделі досліджуемого (контролюемого) об’єкту на основі апіорної інформації, а якщо її не достатньо, то – шляхом експериментальних досліджень (задача ідентифікації);
- математичний аналіз – процес вивчення об’єкта по його математичній моделі;
- математичний синтез – вибір закону керування об’єктом, який забезпечує бажані характеристики роботи системи;
- практична перевірка якості синтезованої системи;
- процес створення реальної системи: проектування, реалізація, дослідна експлуатація, натурні випробування, доробка системи, подальше повторення цих підетапів до отримання бажаного результату.

Якість кінцевого результату і швидкість його отримання (кількість повторень етапів) перш за все буде залежити від якості першого (базового) етапу – етапу моделювання, тобто побудови такої математичної моделі реального об’єкта, з допомогою якої досягається найкраще вирішення кінцевої задачі (головної цілі). Назвемо таку модель цілеорієнтованою. Визначення цілеорієнтованої моделі є головною задачею етапу моделювання.

### 3. Узгодження показників якості

Збіжність релаксаційних процесів [1] оптимізації в багаторівневих системах можна суттєво покращити за умови подібності варіацій функціоналів суміжних рівней ( $J$  і  $I$ ) моделі досліджуемого об’єкта [2] в просторі варіюємих параметрів  $\beta$ . Очевидно, що якщо  $I$ , як показник якості вирішення головної задачі на об’єкті за допомогою моделі, дуже чутливий до похибки в оцінюванні  $i$ -ї компоненти  $\beta_i$  вектора  $\beta$  параметрів моделі і мало чутливий до  $j$ -ї ( $\beta_j$ ), то бажано мати оцінку  $\beta_i$  точнішу, ніж  $\beta_j$ . Зрозуміло також, що екстремальні значення  $I^*$  і  $J^*$  повинні відповідати одному і тому ж значенню  $\beta^*$ . Враховуючи, що перші варіації  $J$  і  $I$  в екстремальній точці  $\beta^*$  нульові, отримаємо варіації другого порядку:

$$\delta I(\delta\beta) \cong \delta\beta^T \cdot \frac{\partial^2 I}{\partial\beta \cdot \partial\beta^T} |_{\beta^*} \cdot \delta\beta \quad , \quad \delta J(\delta\beta) \cong \delta\beta^T \cdot \frac{\partial^2 J}{\partial\beta \cdot \partial\beta^T} |_{\beta^*} \cdot \delta\beta. \quad (1)$$

Умова подібності варіацій:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial\beta \cdot \partial\beta^T} |_{\beta^*} = K \cdot \frac{\partial^2 J}{\partial\beta \cdot \partial\beta^T} |_{\beta^*}. \quad (2)$$

Для фіксованих значень  $\delta J$ ,  $\delta I$  подібними будуть еліпсоїди розсіювання  $\delta\beta$ , тобто поверхні рівного значення варіації  $\delta J$  і  $\delta I$ , де коефіцієнт  $K$  в (2) залежить від інформативності експерименту. Очевидно, що з метою узгодженості функціоналів якості багаторівневої системи бажано зберігати їх подібності у просторі оцінюємих параметрів  $\beta$ . Тоді, за умови обмеженості точності обчислення функціоналів, еліпсоїди розсіювання оцінок  $\hat{\beta}$

також будуть подібними, тобто похибки  $\delta\beta_i$  ( $i=\overline{1, n}$ ) оцінок  $\hat{\beta}_i$  складових вектора  $\beta$  розподіляються між собою так, щоб варіація головного показника  $\delta I(\delta\beta)$  була мінімальна.

#### 4. Оптимізація процесу навчання на основі системного підходу

**4.1. Узгодження показників.** Розглянемо, як використати системний підхід для задачі оптимізації технології навчання. Процес набуття знань об'єктом, що навчається (далі навчаємим), будемо розглядати як трирівневу систему, де показник  $\Lambda$  третього рівня ієрархії процесу навчання, це кількісна оцінка рівня підготовки навчаемого. Він дорівнює лінійній згортці зважених експертами – замовниками спеціаліста оцінок  $I_q$  відповідних спеціальних предметів:

$$\Lambda(\eta_3, I_q, q = \overline{1, n_2}) = \sum_{q=1}^{n_2} \eta_{3q} \cdot I_q, \sum_{q=1}^{n_2} \eta_{3q} = 1. \quad (3)$$

де  $\eta_3^T = [\eta_{31}, \dots, \eta_{3n_2}]$  – експертні оцінки ваги кожного з  $q$ -х спецпредметів в показнику  $\Lambda$ . Для цього слід провести опитування експертів – спеціалістів – замовників майбутнього спеціаліста: навчальний процес повинен бути чітко зорієнтованим на замовника майбутніх спеціалістів. Для кожного спеціального предмету  $I_q$  повинен лежати в однакових межах, наприклад  $[0 \div 100]$  балів. Таким чином, відбувається цілеорієнтація предметів на показник  $\Lambda$  вищого рівня (вимоги замовника). Можливо більш детальне представлення  $q$ -х спецпредметів  $q_i$ -ми підрозділами. Тоді вага  $\eta_{3q}$   $q$ -го спецпредмету складається, як нормована відповідним чином сума

$$\eta_{3q} = \sum_{i=1}^{m_q} \eta_{qi}, \quad q = \overline{1, n_2}, \quad (4)$$

де  $\eta_{qi}$  – коефіцієнти ваги  $i$ -го підрозділу  $q$ -го спецпредмета.

2) Показник  $I_q$  ( $q = \overline{1, n_2}$ ) другого рівня ієрархії процесу навчання визначається, як згортка зважених експертами-спеціалістами по  $q$ -й спеціалізації оцінок  $J_{qk}$   $k$ -тих фундаментальних та загально-інженерних дисциплін:

$$I_q(\eta_2, J_{qk}, k = \overline{1, n_{q1}}) = \sum_{k=1}^{n_{q1}} \eta_{2qk} \cdot J_{qk}, \quad (5)$$

де  $\eta_{2qk}$ , аналогічно до (4), можуть бути отримані як нормована сума:

$$\eta_{2qk} = \sum_{i=1}^{m_{qk}} \eta_{1qki}, \quad k = \overline{1, n}. \quad (6)$$

В свою чергу на нижньому рівні ієрархії, показник  $J_{qk}$  визначається, як згортка векторів  $\beta_{kqn}$  параметрів  $(\beta_{1kqn}, \beta_{2kqn})$  моделі навчаемого, отри-

маних за результатами ідентифікації моделі навчаємого в процесі навчання фундаментальним, загально – інженерним та спеціальним дисциплінам:

$$J_{kq}(\beta_{kqn}) = \sum_{n=1}^{m_{kq}} \eta_{1kqn} \cdot \beta_{kqn}, \quad \sum_{n=1}^{m_{kq}} \eta_{1kqn} = 1, \quad (7)$$

де  $\eta_{1kqn}$  – експертні оцінки важливості знань  $k_{qn}$ -ого підрозділу відповідної  $n$ -ої дисципліни для ефективного засвоєння  $k_q$ -го підрозділу  $q$ -ї спеціалізації.

Отже, в результаті маємо композицію трьох взаємоузгоджених критеріїв:

$$\Lambda(I(J(\beta))) = \sum_{q=1}^{n_2} \eta_{3q} \left( \sum_{k=1}^{n_{1q}} \eta_{2kq} \left( \sum_{n=1}^{m_{kq}} \eta_{1kqn} \cdot \beta_{kqn} \right) \right), \quad (8)$$

де параметри  $\beta_{kqn}$  моделі навчаємого визначаються в процесі навчання на основі комп’ютерного поточного і остаточного тестування. Коефіцієнти  $\eta_3, \eta_2, \eta_1$ , дають можливість цілеорієнтувати на головний показник  $\Lambda$  кожний елемент системи і процесу навчання так, що важливі (в розумінні оптимальності  $\Lambda$ ) підрозділи будуть мати більшу вагу в оцінці рейтингу, не важливі – меншу. Таким чином реалізуються умова (2), узгодженості показників якості  $\Lambda, I, J$ . В кінцевому результаті маємо  $\Lambda$  (8), як функцію  $\beta$ .

**4.2. Модель навчаємого та її ідентифікація.** В процесі навчання навчаємого відповідній  $k_q$ -й дисципліні бажано поряд з традиційною не параметричною (бальною) оцінкою, а то і замість неї, мати параметричну оцінку знань на основі оцінювання параметрів  $\beta$  моделі, які б більш узагальнено характеризувати навчального, як об’єкт навчання.

Враховуючи дискретність у часі подачі окремих блоків інформації, доцільно нею скористатись для одночасного навчання і оцінювання рівня знань. Для цього пропонується кожне заняття закінчувати комп’ютерним тестуванням з бальною оцінкою засвоєння матеріалу поточного заняття, наприклад, в діапазоні  $[0 \div 100]$  балів. Наступне заняття слід починати з того ж тесту попереднього заняття, знову оцінюючи залишкові за час  $T_3$  попереднього заняття знання  $x(T)$ . Такий підхід дає змогу визначити оцінки двох параметрів  $k$  і  $\tau$  моделі навчаємого, як інерційної ланки першого порядку:

$$\tau \frac{dx}{dt} + x = K_0 U, \quad (9)$$

де  $K$  дорівнює відношенню кількості балів  $x(0)$  в кінці поточного заняття до 100; це коефіцієнт засвоєння знань на поточному занятті,

$\tau$  – стала часу забування знань попереднього заняття на момент  $T$  поточного заняття, яка згідно до рішення рівняння (9) і інтервалу  $T$  між заняттями буде дорівнювати:

$$\tau = T(\ln K_0 - \ln K(T))^{-1}. \quad (10)$$

$K_0$  змінюється від 0 (відсутність знань по блоку) до 1 (повністю засвоєний блок);  $\tau$  змінюється від 0 (майже все забув) до нескінченності (все запам'ятав). Таким чином маємо двопараметричну модель ( $\beta_2 = \tau$ ) з послідовною оцінкою параметра  $K_0$ , а по ньому  $\tau$  на кожному занятті.

Регуляризовані оцінки  $\hat{K}_g$ ,  $\hat{\tau}_g$  знань по  $g$ -й дисципліні визначаються з урахуванням похибки  $\sigma_n$  тестування на кожному  $n$ -ому занятті, пов'язаної з кінцевою кількістю задач в тесті та ваги  $\eta_{1kgn}^\Lambda = \eta_{1kgn} \cdot \eta_{2kg} \cdot \eta_{3g}$ :

$$\hat{K}_{0g} = \frac{\sum_{n=1}^N \eta_{1kgn}^\Lambda \cdot \sigma_{k_0}^{-2} (\hat{K}_0(kgn) - \sigma_{k_0})(n)}{\sum_{n=1}^N \eta_{1kgn}^\Lambda \cdot \sigma_{k_0}^{-2}(n)}, \quad \tau_g = \frac{\sum_{n=1}^N \eta_{1kgn}^\Lambda \cdot \sigma_\tau^{-2} (\hat{\tau}_{kgn} + \sigma_\tau(n))}{\sum_{n=1}^N \eta_{1kgn}^\Lambda \cdot \sigma_\tau^{-2}(n)}, \quad (11)$$

де  $\sigma_{k_0}(n)$  і  $\sigma_\tau(n)$  – середньоквадратичні похибки, пов'язані з дискретністю і кінцевістю шкали тесту. Наприклад, якщо тест з 10 задач, то  $\sigma_{k_0}(n) = 0.1$ ,  $\sigma_\tau(n) = 0.1 \cdot \hat{\tau}_{kgn}$ . За такого підходу повністю комп'ютеризується і оптимізується по головному показнику  $\Lambda$  задача контролю знань та існує можливість для оперативного керування процесом навчання шляхом зміни інтервалу  $T$ , повторенням блоків, додаткових індивідуальних консультацій, тощо. Маючи модель (9) студента і ціль (8), можна реалізувати адаптивне (до змінних у часі параметрів  $K_0$  і  $\tau$ ) керування процесом навчання. Поточний сумарний цілеорієнтований рейтинг на момент  $n$ -го заняття може бути визначений за рекурентним зваженим методом найменших квадратів [2]. Далі, за необхідністю, параметрам  $K_0$  і  $\tau$  моделі навчаемого можна поставити у відповідність традиційну бальну оцінку. Для цього площину  $(K_0, \tau)$  слід розбити шляхом експертного оцінювання на відповідні області.

### Література

1. Любич Ю.И., Майстровский Г.Д. Общая теория релаксационных процессов.- Успехи математических наук, 1970, 1, с.57-112.
2. Сильвестров А.Н, Чинаев П.И. Идентификация и оптимизация автоматических систем. М. Энергоатомиздат, 1983. 280с.

*Получено 04.11.2008*