УДК 621-501.72

О.М. Польшакова, А.А. Стенин, П.С. Хоменко, И.С. Дамаскин

ФОРМИРОВАНИЕ КРИТЕРИЕВ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОПЕРАТОРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ОБЪЕКТОВ ДВИЖЕНИЯ

Введение

При управлении технологическими процессами и объектами движения оператор контролирует большое количество параметров, имеющих в конкретных режимах разную значимость.

В общем случае, для удовлетворения требуемым показателям качества процесса управления приходится решать задачу векторной оптимизации, что является весьма сложной проблемой.

Постановка задачи

Как известно [1], альтернативой векторной оптимизации является подход прескриптивной теории полезности, когда функционал можно представить суммой взвешенных частных критериев оптимальности в виде

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i I_i, \qquad (1)$$

где γ_i – коэффициенты полезности i-го функционала I_i.

Основной задачей, в данном случае, является определение значений коэффициентов γ_i. Для решения данной задачи можно рассматривать три основных метода:

- Метод экспертных оценок.
- Метод эвристического моделирования.
- Аналитический синтез обобщенного критерия.

Синтез обобщенных критериев

Метод экспертных оценок [1] наиболее известный и заключается в том, что неизвестная количественная характеристика рассматривается как случайная величина, отражением закона распределения которой является индивидуальное мнение специалиста-эксперта.

Метод эвристического моделирования заключается в установлении некоторого номинального режима Φ_0 и вариации показателя качества Φ при неправильных действиях оператора. В таком понимании мы можем записать:

$$\Phi \approx \Phi_0 + \sum_{i=1}^{q} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial I_i}\right)_0 \Delta I_i, \qquad (2)$$

где ΔI_i – приращение i-го частного критерия, вызванного отклонением от строго базового (номинального) $\frac{\partial \Phi}{\partial I_i}$ в базовой точке:

$$(\Delta\Phi)_0 \approx \sum_{i=1}^{q} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial I_i}\right)_0 \Delta I_i \tag{3}$$

Выражение (3) означает, что некоторая нелинейная функция, в малых окрестностях рабочей (номинальной) точки заменяется гиперплоскостью, касательной к этой поверхности в рабочей точке, а начало координат перенесено в начальную точку.

Коэффициенты линеаризации

$$k_i \approx \left(\frac{\partial \Phi}{\partial I_i}\right)_0, \; i = \overline{1, q} \tag{4}$$

являются весовыми коэффициентами обобщенного критерия, характеризующего качественную картину изменения деятельности человека-оператора при изменении координат вектора состояния.

Их соотношения

$$k_1 \Delta I_1 = k_2 \Delta I_2 = \ldots = k_q \Delta I_q, \text{ где } k_1 = 1 \tag{5}$$

можно считать эквивалентными относительно значений k_i. При этом отклонения ΔI_i производит мысленно каждый специалист (оператор) в рамках разумного (отсюда термин "эвристическое моделирование"), т.е. не выйти за рамки линеаризации. Например, установив цену деления ΔI_i для каждого прибора, разработчики системы управления уже тем самым "проголосовали" за весовой коэффициент каждого показателя. Разумеется, эта аналогия не исчерпывает всех сторон метода эвристического моделирования.

Аналитический синтез обобщенного критерия оценки деятельности оператора заключается в возможности аналитического расчета взвешенных коэффициентов обобщенного критерия (1).

Существует много работ [2], посвященных аналитическому синтезу обобщенного критерия, однако они не учитывают специфику процесса деятельности оператора и возможности ее оценки. Поэтому в работе предлагается для синтеза обобщенного критерия аналитический подход, основанный на следующих принципах:

Принцип чебышевской равномерной оптимизации, при котором процесс считается хорошим, если при его выполнении достигается наиболее равномерное изменение уровня всех относительных потерь.

Принцип интегральной оптимизации, при котором динамический процесс оценивается как хороший, если сумма относительных потерь оказывается минимальной.

Покажем реализации этого подхода на следующем примере. Пусть объект управления описывается уравнением

$$\frac{dx}{dt} = f = -ax + u, \; a = \text{const} \tag{6}$$

 ISSN 1562-9945

Для оценки деятельности оператора используем функционал качества (1) в виде:

$$\Phi = \gamma_1 I_1 + \gamma_2 I_2 = \int\limits_0^T \left(x^2 + \gamma u^2\right) dt, \tag{7}$$

где $\gamma_i = 1$, $\gamma = \gamma_2$, $f_0 = x^2 + \gamma u^2$.

Введем следующие ограничения, наиболее характерные для работы операторов подвижных объектов и технологических процессов

$$\varphi_1(\cdot) = \varphi_1\left(x, u, x^0, x^k, t\right) = \int\limits_0^T u^2 dt \leqslant S \tag{8}$$

$$\varphi_2(\cdot) = \varphi_2\left(x, u, x^0, x^k, t\right) = T \leqslant T_{\max} \tag{9}$$

$$x|_{t=0} = x^{(0)} \tag{10}$$

$$x|_{t=T} = \varepsilon = \pm x^k \tag{11}$$

Необходимо определить значение коэффициента γ для использования обобщенного критерия (7) для оценки деятельности оператора при условиях (6)–(11).

Для решения поставленной задачи используем принцип максимума Понтрягина [2]. Составим функцию Гамильтона

$$H = \psi_0 \frac{dx_0}{dt} + \psi \frac{dx}{dt} = \psi_0 \left(x^2 + \gamma u^2\right) + \psi\left(-ax + u\right)$$

Из условия $\frac{\partial H}{\partial u} = -2\gamma u + \psi = 0$ имеем

$$u* = \frac{\psi}{2\gamma} \tag{12}$$

Решением сопряженной системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax + \frac{\psi}{2\gamma} \\ \frac{d\psi}{dt} = 2x + a\psi \end{cases}$$

будут $x(t) = C_1 e^{-\lambda t} + C_2 e^{\lambda t}$, $\psi(t) = D_1 e^{-\lambda t} + D_2 e^{\lambda t}$, $\lambda = \sqrt{a^2 + \frac{1}{\gamma}}$.

Рассматривая только устойчивые решения, т.е. $C_2 = 0$, $D_2 = 0$ и заданные граничные условия (10), получим экстремальные решения в виде:

$$\begin{aligned} x*(t,\lambda) &= x^{(0)} e^{-\lambda t}; \\ u*(t,\lambda) &= x^{(0)}(a-\lambda) e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

Отсюда из (12) оптимальное управление $u*$, которое характеризует правильные действия оператора, имеет вид:

$$u(x*, \lambda) = (a - \lambda)\, x*$$

Теперь получим выражения для относительных потерь, используя выражения для ограничений (8)-(11)

Из (8) имеем при $T \to \infty$ и нормировании переменных

$$\varphi_{0,1} = \frac{1}{S}\int\limits_0^\infty u^2 dt = \frac{1}{S}\int\limits_0^\infty \left[x^{(0)}\right]^2 (a-\lambda)^2 e^{-2\lambda t} dt = \frac{\left[x^{(0)}\right]^2}{2S} \cdot \frac{(a-\lambda)^2}{\lambda}$$

Для граничных условий (9) имеем

$$\varphi_{0,2} = \frac{1}{T_{\max}} \cdot \ln\left|\frac{x^{(0)}}{x^{(K)}}\right| \cdot \frac{1}{\lambda},$$

где $\left|x^{(K)}\right| = \left|x^{(0)}\right| e^{-\lambda t}$.

Теперь из принципа чебышевской равномерности оптимизации потребуем

$$\varphi_{0,1}(\lambda*) = \varphi_{0,2}(\lambda*),$$

отсюда $\lambda* = \alpha \pm \beta$, где $\beta = \frac{2s}{T_{\max}} \cdot \frac{\ln\left|\frac{x^{(0)}}{x^{(K)}}\right|}{x^{(0)2}}$.

Решение для $\lambda*$ неоднозначное, но из физических соображений примем знак “+”, т.к. при этом равенство относительных потерь обеспечивается с минимальным временем отработки.

Если использовать принцип интегральной оптимизации, то можем сформировать условие для относительных в следующем виде:

$$\min V(\lambda) = \varphi_{0,1}(\lambda) + \varphi_{0,2}(\lambda*)$$

С учетом выражений (8) и (9) получим

$$\lambda^+ = \sqrt{\alpha^2 \pm \beta}$$

Практически это можно использовать следующим образом. Пусть $\alpha = 1$, $T_{\max} = 1$, $S = 280$, $x^{(0)} = 5$, $x^{(K)} = 5$.

Тогда $\Lambda = \left[\lambda^+; \lambda*\right] = [6.1; 7.0]$

Используя сочетание двух принципов, получим $p = 6.5$, откуда искомое значение:

$$\gamma = \frac{1}{\lambda^2 - a^2} = 0.025$$

Заключение

Таким образом, предложенные методы могут служить основой для формирования критериев контроля и оценки деятельности операторов технологических процессов и объектов движения.

 ISSN 1562-9945

Литература

1. Петров Э.Г., Новожилова М.В., Гребенник И.В., Соколова Н.А. Методы и средства принятия решений в социально-экономических системах, "Херсон: ОЛДІ-плюс", 2003. – 380 с.
2. Атанс М., Фалб П. Оптимальное управление, "Машиностроение" М., 1968, 764 с.

Получено 19.11.2008