УДК 621.62-52

Л.С. Ямпольский, Е.С. Пуховский, М.Н. Полищук

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ МЕТАЛЛООБРАБОТКИ РЕЗАНИЕМ

Введение

Одной из наиболее распространенных задач оптимизации механической обработки деталей является выбор и поддержание параметров режима резания, обеспечивающих максимальную производительность q оборудования при заданной точности обработки. При этом обычно во внимание принимается часовая производительность, величина которой прямо пропорциональна параметрам режима резания: скорости v, величине продольной подачи s и глубине t резания. Таким образом, задача об оптимальном управлении режимами резания при точении в общем случае сводится к определению параметров v, s, t режима резания с учетом технологических ограничений, при которых изображающая точка в фазовом пространстве обеспечивает максимум функционалу

$$J_q = vstT/(T + \tau_{\text{см}}), \tag{1}$$

где $T = c_v^{1/m}/(v^{1/m}s^{y/m}t^{x/m})$ - -период стойкости инструмента, зависящий от параметров v, s, t; $\tau_{\text{см}}$ – время, необходимое для смены инструмента; c_v – коэффициент, определяемый условиями обработки; x, y, m – показатели степени.

Учитывая, что влияние каждого из параметров режима резания на показатель качества J_q различно, необходимо определить, по какому из трех параметров оптимизировать процесс обработки для обеспечения наибольшего (в случае максимальной производительности) значения J_q.

Оценка влияния параметров резания на показатель качества J_q

С учетом выражения для T перепишем равенство (1):

$$J_q = vstc_v^{1/m}/(c_v^{1/m} + \tau_{\text{см}}v^{1/m}s^{y_v/m}t^{x_v/m}) \tag{2}$$

Проведем сопоставление показателей качества J_q для случаев раздельного управления по каждому из параметров v, s, t режима резания. В частности, при заданных s и t и переменной v выражение (2) представляет собой функцию от скорости v, причем для $m < y < 1$ имеем:

при $v \to 0$ значение $J_q(v) \to 0$;
при $v \to \infty$ значение $J_q(v) \to 0$,

так как $\lim\limits_{x\to\infty}(J_q) = 0$.

Если функция $J_q(v)$ имеет максимум, то в точке экстремума $\frac{\partial J_q(v)}{\partial v} = 0$. Тогда из выражения (2) получаем:

 ISSN 1562-9945

$$v_{q_{\max}} = c_v / \left[\left(\frac{1}{m} - 1 \right)^m \tau_{\text{см}}^m t^{x_v} \right] \times \frac{1}{s^{y_v}}. \quad (3)$$

С учетом (3) выражение (2) принимает вид

$$J_q \left(v_{\max} \right) = \left\{ m c_v t^{1-x_v} / \left[\tau_{\text{см}}^m \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^{m-1} \right] \right\} \times s^{1-y_v}. \quad (4)$$

Проведя аналогичные рассуждения в случае переменной s, получаем выражение:

$$s_{q_{\max}} = c_v^{1/y_v} / \left[\left(\frac{y_v}{m} - 1 \right)^{m/y_v} \tau_{\text{см}}^{m/y_v} v^{1/y_v} t^{x_v/y_v} \right] \quad (5)$$

и с учетом (5) выражение (2) принимает вид:

$$J_q \left(s \right)_{\max} = \left\{ m c_v^{1/y_v} t^{1-(x_v/y_v)} / \left[y_v \left(\frac{y_v}{m} - 1 \right)^{\left(\frac{m}{y_v} - 1 \right)} \tau_{\text{см}}^{m/y_v} \right] \right\} \times \frac{1}{v^{(1/y_v)-1}}. \quad (6)$$

Для переменной t соответственно имеем:

$$t_{q_{\max}} = c_v^{1/x_v} / \left[\left(\frac{x_v}{m} - 1 \right)^{m/x_v} \tau_{\text{см}}^{m/x_v} v^{1/x_v} s^{y_v/x_v} \right], \quad (7)$$

причем с учетом (7) выражение (2) принимает вид:

$$J_q \left(t \right)_{\max} = \left\{ m c_v^{1/x_v} s^{1-(y_v/x_v)} / \left[x_v \left(\frac{x_v}{m} - 1 \right)^{\left(\frac{m}{x_v} - 1 \right)} \tau_{\text{см}}^{m/x_v} \right] \right\} \times \frac{1}{v^{(1/x_v)-1}}. \quad (8)$$

После преобразования выражений (6) и (8) с учетом (5) и (7) соответственно получим:

$$J_q \left(s \right)_{\max} = \left\{ m c_v t^{1-x_v} / \left[y_v \tau_{\text{см}}^m \left(\frac{y_v}{m} - 1 \right)^{(m-1)} \right] \right\} \times s^{1-y_v}, \quad (9)$$

$$J_q \left(t \right)_{\max} = \left\{ m c_v t^{1-x_v} / \left[x_v \tau_{\text{см}}^m \left(\frac{x_v}{m} - 1 \right)^{(m-1)} \right] \right\} \times s^{1-y_v}. \quad (10)$$

В результате выражения (4), (9) и (10) легко приводятся к виду

$$J_q \left(v \right)_{\max} = D \times f_v ; J_q \left(s \right)_{\max} = D \times f_s ; J_q \left(t \right)_{\max} = D \times f_t , \quad (11)$$

где $D = \left(m^m c_v t^{1-x_v} / \tau_{см}^m \right) \times s^{1-y_v}$; $f_v = (1-m)^{1-m}$; $f_s = (y_v - m)^{1-m} / y_v$; $f_t = (x_v - m)^{1-m} / x_v$.

Из анализа функций f_v, f_s, f_t следует, что значения $f_s \to f_v$; $f_t \to f_v$ при $y_v \to 1$ и $x_v \to 1$. В то же время, при $y_v \to 0$; $x_v \to 0$ значения функций $f_s \to 0$; $f_t \to 0$. Максимальные значения f_s, f_t как функции от y_v, x_v, соответственно, определяются дифференцированием $\partial f_s / \partial y_v = 0$; $\partial f_t / \partial x_v = 0$.

Действительно, получаем

$$y_v\,(1-m)\,(y_v-m)^{-m}-(y_v-m)^{1-m}=0; x_v\,(1-m)\,(x_v-m)^{-m}-(x_v-m)^{1-m}=0,$$

что имеет место при $y_v \to 1$; $x_v \to 1$, то есть для случая, когда $f_s = f_v$; $f_t = f_v$. Таким образом, для всех y_v в интервале $m < y_v < 1$ и для всех x_v в интервале $m < x_v < 1$ справедливо

$$J_q(v)_{\max} > J_q(s)_{\max}; J_q(v)_{\max} > J_q(t)_{\max},$$

что и предопределяет необходимость построения алгоритма управления и системы оптимизации процесса резания с учетом (3), то есть по параметру v. При такой постановке решение задачи оптимизации представляется следующей системой уравнений

$$\left.\begin{array}{l} T_q = [(1/m)-1]\,\tau_{\text{см}}; \\ v_q = c_v/\,[(1/m)-1]^m\,\tau_{\text{см}}^m s^{y_v} t^{x_v}; \\ s = s_{\text{доп}}; t = t_{\text{доп}}; \\ J_{q\max} = \left\{mc_v t^{1-x_v}/\,[(1/m)-1]^{m-1}\,\tau_{\text{см}}^m\right\} \times s^{1-y_v} \end{array}\right\}. \tag{12}$$

Ограничения на процесс по точности обработки и чистоте поверхности

Требуемая точность обработки может быть достигнута за счет сокращения влияния случайных факторов, вызванных колебаниями припуска и твердости материала заготовки. Для этого компенсируют упругие перемещения в системе станок-приспособление-инструмент-деталь (СПИД) путем внесения поправки в размер статической и динамической настройки. В последнем случае задача сводится к стабилизации упругих отжатий, рассчитываемых по уравнению жесткости

$$Y = P_y/c_y, \tag{13}$$

где Y – величина упругих отжатий системы СПИД; c_y – жесткость упругой системы.

Компенсация отклонения величины динамической настройки путем внесения в нее поправки обеспечивается стабилизацией радиальной составляющей P_y силы резания, вызывающей упругие перемещения Y:

$$P_y = c_p t^{x_p} s^{y_p}, \tag{14}$$

где c_p – коэффициент, характеризующий условия обработки; x_p , y_p – показатели степени.

Таким образом, для стабилизации величины Y упругих отжатий на заданном уровне при колебаниях припуска и твердости материала обрабатываемой заготовки изменение величины продольной подачи s реализуется согласно выражению [2]:

$$s = P_y^{1/y_p}/c_p^{1/y_p} t^{x_p/y_p}, \tag{15}$$

 ISSN 1562-9945

и при этом значения экстремумов $J_q(v)_{\max}$ будут меняться (рис. 1) согласно выражению (4).

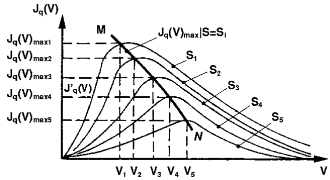

Рис. 1 – График зависимостей $J_q(v)$ для фиксированных значений подачи s_i

Действительно, при изменении $s_1 \to s_2$ для $v_1 = \text{const}$ имеет место значение $J_q(v)_\varepsilon < J_q(v)_{\max|B}$, которое можно повысить до $J_q(v)_{\max|F}$ за счет управления скоростью $v_1 \to v_2$. Однако, и в этом случае получаем $J_q(v)_{\max|F} < J_q(v)_{\max|B}$. Иными словами, при обеспечении заданной точности обработки действительная производительность может быть определена зависимостью:

$$J_q \tag{16}$$

причем $J_q < J_{q\max}$.

Выражение (16) *определяет достижимое в условиях накладываемых ограничений по точности и чистоте обработки значение производительности, когда оптимизация осуществляется по одному параметру – скорости резания* v, *а управление точностью – по другому параметру – подаче* s. Кривая *MN* (рис. 1) представляет собой геометрическое место расположения допустимых значений J_q производительности. Потеря производительности при обеспечении заданной точности обработки при максимально допустимой J_q производительности согласно кривой *MN* относительно первоначальной $J_q(v)_{\max}$ определяется отношением выражений (4) и (16)

$$J_q\left(v\right)_{\max}/J_q = \frac{\left(2-y_v\right)s_{\text{доп}}^{1-y_v}\left(s_{\text{доп}}-s_i\right)}{s_{\text{доп}}^{2-y_v}-s_i^{2-y_v}}. \tag{17}$$

Решая совместно уравнения (3) и (14), можно определить зависимости $v = f\left(t\right)$ и $v = f\left(s\right)$ для обеспечения требуемой точности в условиях максимально допустимой производительности во всем диапазоне изменения глубины резания $t_{\min} \to t_{\max}$ и подачи $s_{\min} \to s_{\max}$:

$$v_{\max_s}^{(P_y)} = \frac{c_v c_p}{\tau_{\text{см}}^m\left(1/m-1\right)^m P_y^{x_v/x_p} s^{y_v-\frac{x_v y_p}{x_p}}}; \tag{18}$$

$$v_{\max_s}^{(P_y)} = \frac{c_v c_p^{y_v/y_p}}{\tau_{\text{см}}^m\left(1/m-1\right)^m P_y^{y_v/y_p} t^{x_v-\frac{y_v x_p}{y_p}}}. \tag{19}$$

Учитывая, что $x_v > y_v$, а $x_p > y_p$, можно заключить:

$$y_v - \frac{x_v y_p}{x_p} > 0; x_v - \frac{y_v x_p}{y_p} < 0.$$

На рис. 2 представлены кривые 1 – зависимость (18) и 2 – зависимость (19), являющиеся геометрическим местом точек, представляющих *оптимальные сочетания параметров режимов резания с точки зрения* ***обеспечения заданной точности при максимально достижимой производительности в условиях действующих технологических и энергетических ограничений***.

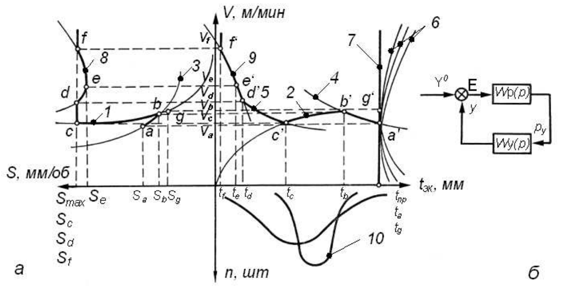

Рис. 2 – Область оптимального управления (а) и структурная схема замкнутой динамической модели станка (б)

Минимально допустимая подача $s_{\min}$ определяется энергетическими возможностями привода станка: $s_{\text{ст. min}} \leqslant s_{\min}$, причем $s_{\text{ст. min}}$ определяется по формуле

$$s_{\text{ст. min}} = s_{\text{м min}} \pi D / 1000 v, \tag{20}$$

где $s_{\text{м min}}$ – наименьшая минутная подача, обеспечиваемая приводом станка, мм/мин; D– диаметр заготовки, мм; v – скорость резания, м/мин. Ограничение (20) представлено кривой 3 на рис. 2, *а* плоскости $v = f(s)$; зависимость $v = f(s)$ при минимально допустимой подаче представлена кривой 4, полученной при совместном решении уравнений (20) и (3)

$$v = A / t^{x_p / 1 - y_v}, \tag{21}$$

где $A = \left[1000^{y_v} c_v / \left(\frac{1}{m} - 1\right)^m \tau_{см}^m s_{\text{м min}}^{y_v} \pi^{y_v} D^{y_v}\right]^{1/1-y_v}$.

Максимально допустимая подача $s_{\max}$ обусловлена требованиями к шероховатости обработанной поверхности детали и определяется величиной, постоянной при данных условиях обработки

$$s_{\max} \leqslant k_{\text{об}} R_{z\,\max}^y r^u / \left(t^x \varphi^z \varphi_1^z\right),$$

где $k_{\text{об}}$ – коэффициент, характеризующий условия обработки; $R_{z\,\max}$ – максимально допустимая высота микронеровностей поверхности, мм; φ, φ_1 – вспомогательный и главный углы в плане, град.

 ISSN 1562-9945

Скорость резания в функции от глубины резания при максимально допустимой подаче (кривая 5 на рис. 2) определяется выражением (3) при $s = s_{\max}$.

Анализ устойчивости динамической системы СПИД

Работа системы управления на граничных значениях параметров режима резания сопряжена с опасностью потери устойчивости при резании. В связи с этим при управлении режимами резания необходимо определить ограничения на допустимую подачу и глубину резания по вибрациям на границе области устойчивой работы системы СПИД.

На рис. 2, *б* приведена структурная схема замкнутой динамической системы станка, элементами которой являются упругая система СПИД и процесса резания. Анализ динамической системы станка позволяет определить область устойчивой работы системы СПИД в условиях управления размером динамической настройки при максимально достижимой производительности.

Передаточные функции упругой системы СПИД и процесса резания в операторной форме имеют вид

$$W_y\left(p\right) = Y\left(p\right)/P_y\left(p\right) = k_y/(T_{2y}p^2 + T_{1y}p + 1);\ W_p\left(p\right) = P_y\left(p\right)/\varepsilon\left(p\right) = k_p/T_pp + 1,$$

где $Y\left(p\right)$ – операторное изображение упругого перемещения инструмента в направлении оси Y; $P_y\left(p\right)$ – операторное изображение составляющей силы резания; $\varepsilon\left(p\right) = Y^0\left(p\right) - Y\left(p\right)$, причем $Y^0\left(p\right)$ – операторное изображение изменения толщины срезаемого слоя, обусловленное изменением динамической настройки; $T_{2y} = m_y/c_y$, $T_{1y} = n_y/c_y$, $k_y = 1/c_y$ – постоянные времени и коэффициент передачи упругой системы СПИД, а m_y , n_y , c_y – соответственно масса, коэффициент демпфирования и жесткость упругой системы СПИД в направлении оси Y; $k_p = kB$ – жесткость резания ($k = \sigma_0\xi$ –удельная сила резания, кгс/мм^2; B – ширина срезаемого слоя, мм. При точении $B = t/\sin\varphi$, где φ – главный угол в плане; t – глубина резания; σ_0 – условный предел текучести, кгс/мм^2; ξ – коэффициент усадки стружки); $T_p = \alpha a\xi/v$ – постоянная времени стружкообразования (α – коэффициент пропорциональности, зависящий от обрабатываемого материала и условий резания; a – номинальная толщина или заданное значение толщины стружки. При точении $a = s\sin\varphi$, где s – подача; v – скорость резания).

После подстановки $p = j\omega$ воспользуемся методом Д-разбиения и выделим вещественную и мнимую части. Подставим значения постоянной времени T_p стружкообразования и жесткости k_p резания и, полагая $\varphi = 90^0$, получим

$$v = \alpha s\xi\left(T_{2y}\omega^2 - 1\right)/T_{1y};\ t = \left[\left(T_{2y}\omega^2 - 1\right) + T_{1y}^2\omega^2\right]/\left[\left(T_{2y}\omega^2 - 1\right)kk_y\right]. \quad (22)$$

Построим семейство границ устойчивости динамической системы станка при изменении ω в пределах от $-\infty$ до $+\infty$. Получим геометрическое место расположения значений глубины резания t от скорости v при различных фиксированных значениях величины подачи s (кривые 6 на рис. 2, a)

$$t = \frac{T_{1y}}{kk_y}\left(\frac{v}{\alpha s\xi} + \frac{\alpha s\xi}{vT_{2y}} + \frac{T_{1y}}{T_{2y}}\right). \tag{23}$$

Анализ расположения кривых $t = f(v)$ для фиксированных значений s показывает, что скорость резания в нижней части области устойчивости невелика и не соответствует современным возможностям инструмента, тогда как работа в верхней части кривых 6 (рис.2, a) не всегда возможна из–за недостаточной стойкости резцов. В связи с этим следует использовать диапазон скоростей резания с учетом *абсолютной устойчивости процесса*, расположенной слева от прямой 7 на рис. 2, a и являющейся геометрическим местом расположения предельных значений глубины резания $t_{\text{пр}}$. Достижение системой глубины $t_{\text{пр}}$ резания должно вызывать либо оперативное вмешательство обслуживающего персонала, либо вывод инструмента на величину глубины резания, меньшую $t_{\text{пр}}$. Для определения значения $t_{\text{пр}}$ продифференцируем выражение (23) по скорости и приравняем производную нулю. В результате получим:

$$v_{\text{пр}} = \alpha s\xi/\sqrt{T_{2y}}, \tag{24}$$

а решая совместно выражения (23) и (24), определим величину предельной глубины резания, обеспечивающую абсолютную устойчивость процесса

$$t_{\text{пр}} = \left(T_{1y}/kk_y\sqrt{T_{2y}}\right)\left(2 + T_{1y}/\sqrt{T_{2y}}\right). \tag{25}$$

Пусть $k_p = ka$ – интенсивность изменения составляющей силы резания P_y от толщины стружки. При угле в плане $\varphi = 90^0$ жесткость резания $k_p = ks$, а с учетом характеристического уравнения (21) системы после подстановки параметров T_p и k_p процесса резания и Д–разбиения по параметрам v и s режима резания получаем

$$\left.\begin{aligned} s &= \left[T_{1y}^2\omega^2 + \left(T_{2y}^2\omega^2 - 1\right)^2\right] / \left[kk_y\left(T_{2y}^2\omega^2 - 1\right)\right]; \\ v &= \left[T_{1y}^2\omega^2 + \left(T_{2y}^2\omega^2 - 1\right)^2\right]\alpha\xi/\left(T_{1y}kk_y\right) \end{aligned}\right\}. \tag{26}$$

Совместное решение системы уравнений (26) позволяет определить *границу устойчивости станка* в виде зависимости $s = f(v)$ (кривая 8 на рис. 2, a)

$$s = (v/2)\left[(T_{1y}/z) \pm \sqrt{\left(T_{1y}^2/z^2\right) + (4T_{2y}/\alpha\xi z)}\right], \tag{27}$$

где $z = (k_y kT_{2y}v/T_{1y}) - \alpha\xi$.

После подстановки выражения (3) в (27) получаем зависимость, по которой строится кривая 9 *ограничений скорости от глубины резания при предельных с точки зрения устойчивости процесса значений подачи.*

 ISSN 1562-9945

Выводы

Рассмотренная постановка и проведенные исследования позволяют решать задачи управления процессами металлообработки резанием с обеспечением требуемой точности при достижении максимальной производительности.

Литература

1. Ямпольский Л.С., Полищук М.Н. Оптимизация технологических процессов в гибких производственных системах. – К: Тэхника, 1988. – 175 с.
2. Jampolskij L.S., Taranenko V.D., Jevdokimov V.D. Automatizovane systemy riadenia procesu obrrbania. – Bratislava: Alfa, 1980. – 80 p.

Получено 28.04.2008