УДК 621.31
А.А. Стенин, А.А. Волкова, Д.Ю. Мошковский, Ю.Н. Ланкин

АНАЛИЗ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОБЛЕМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ БЫСТРЫХ ПРОЦЕССОВ

Характеристика процессов, относимых к классу быстрых

Широкий круг явлений в природе и обществе (процессы горения и взрыва, размножение вирусов или накопление продуктов распада в живом организме, процессы гиперинфляции или валютная паника на бирже) обладают отличительной чертой, объединяющей эти, зачастую совершенно разнородные, объекты, процессы и системы в один класс.

Такой чертой является наличие внутренних или внешних связей, характеризующихся большим, лавинообразным, типа цепной реакции изменением одного параметра при небольшом изменении другого. Выделенная особенность позволяет объединить подобного рода процессы в один класс под названием "быстрые". Термин "быстрые" относится как к возрастающим, так и к убывающим, затухающим процессам, важна лишь скорость такого изменения.

Необходимым условием эффективного управления такими процессами является интенсивное использование информационных технологий, что подтверждается как историческим опытом развития автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП), первоначально возникших в химической технологии, ядерной энергетике и т.п., так и современным уровнем насыщенности различных информационноемких отраслей подобного рода системами.

Создание эффективных АСУТП или информационно-аналитических систем (ИАС), характерных для сферы экономики, требует тщательного экспериментального исследования управляемых объектов, построения адекватных математических моделей (идентификации), формулировки критериев и синтеза методов оптимизации, нахождения оптимальных режимов их функционирования. Таким образом, проблема идентификации и оптимизации процессов является основной при синтезе систем управления быстрыми процессами.

Задачи идентификации быстрых процессов

Задача идентификации формулируется [14, 24] следующим образом: по результатам наблюдений над входными и выходными переменными системы должна быть построена оптимальная в некотором смысле модель, т.е. формализованное представление этой системы, используемое затем для исследования, проектирования и непосредственно управления.

В зависимости от используемой априорной информации об объекте управления различают задачи идентификации в узком и широком

 ISSN 1562-9945

смысле. Оценивание параметров по известному критерию при заданном классе и структуре моделей составляет задачу идентификации в узком смысле. Исследование структуры объекта, выбор класса и структуры моделей, критериев оценки и процедур оценивания, оценивание степени стационарности и линейности объекта и действующих переменных, степени и формы влияния входных переменных на выходные, выбор информативных переменных и другие вопросы представляют комплекс задач идентификации в широком смысле. В настоящее время накоплен [14] большой опыт решения задач идентификации в узком смысле, методы же решения задач идентификации в широком смысле начали разрабатываться только в последние годы, и здесь результаты значительно скромнее, что в первую очередь можно объяснить чрезвычайной трудностью задачи.

Выбор определенного и вместе с тем достаточно широкого класса процессов (быстрых), сравнительно мало изученного класса функций (быстрого роста или убывания, в частности обобщенных экспоненциальных квазиполиномов), разработка наиболее приемлемых процедур оценивания структуры и параметров таких функций представляет собой попытку решения в настоящей работе ряда вопросов идентификации в широком смысле. Предметом нашего исследования будут процессы, параметрические модели, их структура, критерии оценивания, позволяющие выбрать наиболее подходящее в некотором смысле структуру и значения параметров модели в зависимости от характеристик экспериментальных данных.

Под параметрической моделью будем понимать модель вида $\overline{Y} = \overline{f}(\overline{x}, \overline{a})$, где $\overline{Y} = (y_1, \ldots, y_m)$ – отклик (выход) модели, $\overline{f} = (f_1, f_2, \ldots, f_m)$ – функция, представляющая модель, $\overline{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ – аргумент (вход, факторы) модели, $\overline{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_p)$ – вектор оцениваемых (настраиваемых) параметров. Такого рода модели описывают как статику, так и динамику процессов, приближая корреляционную и весовую (или переходную) [15, 19] функции динамической системы.

Моделирование быстрых процессов

Выбор класса моделей и конкретной структуры или группы конкурирующих структур является важнейшим этапом идентификации [4–6, 7, 8-11, 18, 21].

Лавинообразные, цепные процессы, быстро изменяющиеся экспериментальные данные характеризуются в первую очередь нелинейностью.

В частности, в последнее время, широкое применение в технике, биологии и экономике нашли экспоненциальные модели. Экспоненциальные модели во многих случаях являются точными моделями некоторых, по крайней мере идеальных процессов. Этим и обуславливается их широкое применение при теоретическом анализе и представлении решений различных классов операторных уравнений. Этот же факт является предпосылкой для выбора их в качестве аппроксимантов и экстраполяторов в задачах численного приближения экспериментальных данных различного рода процессов и в первую очередь быстрых.

Несомненно, что не всегда и не для любых быстрых процессов следует применять экспоненциальные модели. Их построение почти всегда (за исключением линейных в логарифмах) более трудоемко, чем полиномиальных или гармонических с тем же числом параметров. Поэтому, если решается чисто аппроксимационная задача, не связанная ни с пространственным, ни с временным прогнозом, экспоненциальную модель сложной структуры следует применять только в крайнем случае.

В задачах прогноза положение иное. Здесь выбор модели в большей степени определяется физикой процесса. Если, к примеру, упрощенная дифференциальная модель имеет своими решениями экспоненты, экспериментальные кривые имеют экспоненциальный характер, то для качественного прогноза следует выбирать экспоненциальные функции даже в том случае, если на выборке они дают приближение несколько хуже полиномиального. Такая ситуация, в частности характерна для трендов (старение катализатора и др.) различных процессов размножения и т.п. Полиномиальный или гармонический прогнозы в этом случае дают заведомо плохую точность в силу несоответствия своей структуры структуре истинного решения (пропадает качественное соответствие).

Одним из первых примеров использования экспоненциальных сумм вида [12, 20, 25, 26]:

$$Y = \sum_{i=1}^{n} a_i \exp\left\{-b_i x\right\} \tag{1}$$

где $b_i > 0$, для моделирования радиоактивного распада в задачах атмосферной оптики и метеорологии.

Для аппроксимации корреляционных функций стационарных и нестационарных случайных процессов в радиотехнике, связи, радиолокации, гидроакустике используют экспоненциально-гармонические функции [16]:

$$R\left(\tau\right) = \sum_{\nu=1}^{n} c_\nu \exp\left\{-\alpha_\nu \left|\tau\right|^k\right\} \cos\beta_\nu\tau \tag{2}$$

где α_ν, β_ν, c_ν – оцениваемые параметры, k – определенное целое число.

С помощью сумм вида

$$Y = \sum_{i=1}^{n} A_i \exp\left\{\lambda_i x\right\} \tag{3}$$

моделируют различные зависимости в биологии и медицине [27].

Во всех вышеперечисленных работах, кроме [27] выбор класса кривых обоснован характерными особенностями экспериментальных данных – монотонное или монотонно-гармоническое убывание. Однако, каких-либо конкретных рекомендаций по выбору числа членов ряда (исключая случай, когда известен порядок дифференциального уравнения, из кото-

 ISSN 1562-9945

рого получена кривая), т.е. структуры модели, не дается. В этих работах предполагается, что структура может быть определена последовательной процедурой увеличения числа членов ряда и соответствующим улучшением приближения. На практике это предположение оказывается неверным в силу вычислительных трудностей [2, 12, 22]. При увеличении числа параметров точность нахождения минимума целевой функции, определенной критерием оценки, ухудшается. Кроме того, значительное увеличение числа оцениваемых параметров вне связи с физикой процесса и структурой данных (геометрией экспериментальной кривой) противоречит современным представлениям об адекватности модели.

Известно, что одним из наиболее эффективных методов построения математической модели адекватной структуры является метод группового учета аргументов (МГУА) А.Г. Ивахненко [8-10]. В [11] он применен для построения экспоненциальных моделей вида (3). Структура здесь ищется на основе принципов самоорганизации. Представляется вероятным при этом, что выбор в качестве исследуемых только тех структур, которые соответствуют структуре экспериментальных данных, позволит уменьшить время нахождения адекватной модели.

Таким образом, анализ применения экспоненциальных моделей показывает, что задача обоснования выбора структуры модели исходя из структуры экспериментальных данных (в первую очередь областей выпуклости) является актуальной и малоисследованной.

Перейдем теперь к анализу проблемы оценивания параметров экспоненциальных моделей.

Оценивание параметров экспоненциальных моделей

Проблема оценивания параметров может быть разделена на две: поиск численных значений параметров (точечных оценок) и их статистическая интерпретация. Первая решается применением различных методов оптимизации. Вторая, более сложная, требует получения ряда точечных оценок и интерпретации их выборочного распределения.

Круг существующих в настоящее время методов нелинейной оптимизации очень широк, число различных алгоритмов и их модификаций вряд ли поддается точному учету. Для наших целей будет достаточно анализа методов и некоторых алгоритмов.

Классификация задач оптимизации осуществляется по свойствам минимизируемой функции $f(x)$ и допустимого множества $S \subset R_n$, на котором она определена [1, 3].

Решение задачи оптимизации нелинейной функции обычно достигается итерационным путем. Это значит [1], что процедуру решения или алгоритм можно представить в виде итеративного процесса, который порождает последовательность точек x_k в соответствии с предписанным набором правил.

Рассмотрим существующие методы и алгоритмы безусловной оптимизации дифференцируемых функций. К ним относятся: прямые методы (не использующие производных), методы первого порядка (использующие первые производные) или методы спуска, методы второго порядка (использующие вторые производные).

К прямым методам относятся: метод покоординатного спуска; метод вращения координат; методы локальных вариаций; методы сопряженных направлений; симплекс-метод, метод деформируемого многогранника, ряд модификаций методов первого и второго порядков с заменой производных конечными разностями; стохастические и методы случайного поиска.

Методы первого порядка включают: градиентные методы [3, 23]; двойственных направлений [3, 23]; сопряженных градиентов и направлений [3, 13, 23]; псевдообратных операторов [3] или вспомогательного оператора [17]; методы типа Гаусса-Ньютона и Маркуардта.

Методы второго порядка состоят из методов типа Ньютона.

Сходимость указанных методов и соответствующих им алгоритмов имеет в общем случае локальных характер, исключая методы случайного поиска с ненулевой вероятностью выбора пробной точки в любой ненулевой меры подобласти области поиска экстремума, обладающие глобальной сходимостью.

Экспоненциальная модель - нелинейная по оцениваемым параметрам, бесконечное число раз дифференцируемая функция. Этих свойств не меняет основной критерий, используемый в идентификации, – наименьших квадратов. Поэтому, можно было бы ожидать, что к задаче точечного экспоненциального оценивания в области сильной квазивыпуклости целевой функции будут применимы самые разнообразные методы и алгоритмы нелинейной оптимизации. На это в основном и нацеливают имеющиеся общие подходы к задаче.

Анализ существующих методов и алгоритмов оценивания параметров в применении к экспоненциальным моделям позволяет сделать следующие выводы:

1. Нахождение точечных оценок параметров общей экспоненциальной модели требует непосредственной минимизации критерия оценивания. Существующие методы и алгоритмы поиска минимума либо неработоспособности в силу появления так называемых горизонтальных площадок (ГП) (градиентные, прямые методы) либо малоэффективны (методы случайного поиска);

2. Не существует эффективных процедур оценивания параметров общих экспоненциальных моделей, обеспечивающих поиск глобального минимума в условиях многоэкстремальности критерия оценки;

3. Недостаточно исследованы вопросы влияния технических аспектов оценивания на свойство состоятельности оценки;

4. Нет алгоритмов и программ, позволяющих определить вычислительную точность оценки, в случае, если ее численное значение принадлежит горизонтальной площадке.

 ISSN 1562-9945

Постановка задач исследования проблемы идентификации быстрых процессов

Анализ существующих результатов в области идентификации быстрых процессов позволяет сформировать ряд актуальных задач:

1. Определение основных принципов и методов подбора параметрических моделей быстрых процессов;
2. Разработка процедур выбора структуры модели по геометрическим характеристикам экспериментальных данных, процедур оценки этих характеристик;
3. Определение свойств обобщенных экспоненциальных квазиполиномов (ОЭКП), как одного из основных классов моделей быстрых процессов;
4. Определение экстремальных свойств критерия МНК в случае использования ОЭКП;
5. Исследование особенностей точечного оценивания параметров моделей, представимых функциями быстрого роста (убывания), в т.ч. ОЭКП, связанных как классом моделей – ОЭКП, так и образованием горизонтальных площадок. Классификация ГП, определение свойств, которыми должен обладать алгоритм для преодоления ГП;
6. Разработка ряда алгоритмов, удовлетворяющих, с одной стороны, требованиям предъявляемым к алгоритму оптимизации функций с ГП, и, с другой стороны, разумным ограничением не время счета;
7. Разработка тестового набора функций для испытания указанных алгоритмов;
8. Разработка программного обеспечения, осуществление экспериментального исследования сконструированных алгоритмов, определение наиболее эффективных из них;
9. Разработка и тестирование алгоритмов для оценивания размеров ГП, определяющих вычислительную точность оценки параметров.

Литература

1. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы.- М.: Мир, 1982.-583 с.
2. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров.- М.: Статистика, 1979.-350 с.
3. Бейко И.В., Бублик Б.Н., Зинько Н.П. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации.- Киев: Вища школа, 1983.-512 с.
4. Браверман Э.М., Мучник И.Б. Структурные методы обработки эмпирических данных.- М.: Наука, 1983.-464 с.
5. Вапник В.Н., Червоненкис А.Я. Теория распознавания образов (статистические проблемы обучения).- М.: Наука, 1974.-416 с.

6. Вапник В.Н. Восстановление зависимостей по эмпирическим данным.- М.: Наука, 1979.-448 с.
7. Дабагян А.В. Оптимальное проектирование машин и сложных устройств.- М.: Машиностроение, 1979.-280 с.
8. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами.- Киев: Техника, 1975.- 312 с.
9. Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитров В.Д. Принятие решений на основе самоорганизации.- М.: Сов.радио, 1976.-280 с.
10. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем.- Киев: Наукова думка, 1982.-296 с.
11. Ивахненко А.Г., Кротов Г.И., Юрачковский Ю.П. Экспоненциально-гармонический алгоритм МГУА.- Автоматика, Киев, 1981, 2,с.23-30
12. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа.-М.: Гос. изд.физ.-мат.лит., 1961.- 524 с.
13. Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. Численные методы в экстремальных задачах.- М.: Наука, 1975.- 320 с.
14. Райбман Н.С. Что такое идентификация ?- М.: Наука, 1970.-118 с.
15. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление.- М.: Наука, 1971.-396 с.
16. Романенко А.Ф., Сергеев Г.А. Вопросы прикладного анализа случайных процессов.- М.: Сов. радио, 1968.- 256 с.
17. Сеа Ж. Оптимизация. Теория и алгоритмы.- М.: Мир, 1973.-244 с.
18. Солодовников В.В., Бирюков В.Ф., Тумаркин В.И. Принцип сложности в теории управления.- М.: Наука, 1977.- 344 с.
19. Теория автоматического регулирования/ Под ред. В.В.Солодовникова.- М.: Машиностроение, 1967, в 3-х книгах.
20. Толстой Н.А., Феофилов П.П. Новый метод исследования релаксационных процессов и его применение к изучению некоторых физических явлений.- Успехи физ.наук, 1950, т. 42, с.44-107
21. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач.- М.: Наука, 1979.- 284 с.
22. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами.- М.: Мир, 1973.- 957 с.
23. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. - М.: Мир, 1975.-534 с.
24. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления.- М.:Мир, 1975.-684 с.
25. Bellman R. On the separation of exponentials.- Boll. Unione Matem. Ital., 1960,3, 15, 1, p.38-39

 ISSN 1562-9945

26. Perl W. A Method for curvefitting by exponential functions. - Internat. J.appl. Radiation a. Isotopes, 1960, 8, p. 211-222

27. Rice J.R. Chebyshev approximation by exponentials.- SIAM J., 1962, 10, 1, p. 149-161

28. Rolfe Timothy J. Yeast squares fitting of polynomials and exponentials , with programming examples.- Math, and Comput. Educ, 1982, 16, 2, p. 122-132

29. Scharf J.- H, Peil J. Algorithmus und ALGOL – program zur Anpassung von e-Functionspolinomen an Messwerte durch innere Regression.- Electronische Informationsverarbeitung und Kybernetik 1972, 8, 4, s.225-244