УДК 519.711

А.Н. Сильвестров

ОБЩНОСТЬ И РАЗЛИЧИЕ СИГНАЛЬНОЙ И ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Введение

Возникновение теории идентификации, как математической формализации причинно-следственных связей в объектах реального мира, теряется в глубине веков. Пик развития ее припадает на вторую половину XX-го века – период появления и быстрого развития средств компьютеризации и автоматизации экспериментальных исследований.

Но и сейчас нельзя утверждать, что эта теория сформировалась и является достаточно корректной. Для объектов реального мира характерны бесконечномерность, всеобщая взаимосвязь переменных и, как следствие, отсутствие статики, линейности взаимосвязей (коэффициенты взаимосвязи, будучи материальными, тоже изменяются), автономности (изолированности) и т.д. Закономерность f_∞, связывающая бесконечномерный вектор состояния $\dot{X}_\infty$, возможно и постоянна, но непознаваема:

$$\dot{X}_\infty = f_\infty\left(X_\infty\right). \tag{1}$$

Ограничивая пространственно-временную область G_∞ изменения X_∞ достаточно малой областью G, рассматривают лишь его проекцию:

$$\dot{X} = f\left(X\right), \tag{2}$$

где вектор-функция $X\left(t\right)$ – конечномерная.

Продолжая сужение области G, с определенной степенью точности ε, переходят к линейной стационарной модели:

$$\Delta\dot{X} = A\Delta X + B\Delta U. \tag{3}$$

Здесь переменные реального объекта разделены на причинные U и следственные X, и взяты в отклонениях $\Delta X, \Delta U$ от некоторого центра (X_0, U_0) области G.

Другой способ связывает оператором W непосредственно вход ΔU и выход ΔY объекта:

$$\Delta Y = W \cdot \Delta U. \tag{4}$$

Здесь ΔY, ΔU и W могут быть как функциями времени (W – интеграл свертки), так и изображениями по Лапласу (W – передаточная функция).

Неучтенное подмножество $(X_\infty - X)$ переменных реального мира создает приближенность моделей (3), (4). Погрешность ε стремится к нулю лишь при сужении области G в точку. Но при этом исчезает необходимая для нахождения A, B или W по $\Delta X\left(t\right)$, $\Delta U\left(t\right)$, $\Delta Y\left(t\right)$ информация. Таким образом, модели (2), (3), (4) в принципе не могут быть точными: при малых выборках влияют быстро (относительно X, U) меняющиеся составляющие отброшенного подмножества $(X_{\infty}-X)$, воспринимаемые как случайный процесс $N_1\left(t\right)$; при больших – теорема Чебышева не работает вследствие влияния медленно меняющихся составляющих $N_2\left(t\right)$ этого подмножества, вносящих не стационарность в усредненные характеристики случайного процесса.

Учитывая вышеприведенное, будем различать два существенно различных подхода к задаче идентификации:

– **сигнальная**, когда для заданного множества входных сигналов $U\left(t\right)$ необходимо подобрать такое отображение $U\left(t\right)$ в $Y\left(t\right)$, чтобы некоторая норма ошибки ε была меньше заданной Δ:

$$\|\varepsilon\| < \Delta, \tag{5}$$

то есть, сигнал $Y\left(t\right)$ аппроксимируется в базисе $W_i\left(U\left(t\right)\right)$, преобразованных операторами W_i сигналов $U\left(t\right)$;

– **параметрическая**, когда на множестве сигналов ΔU, ΔX или ΔY необходимо, кроме условия (5), определить структуру и параметры матриц A, B модели (3) или оператора W модели (4), усредненную по области G, или конкретную для заданной точки (X_0, U_0, t_0) этой области.

Сигнальная применяется при целеориентации абстрактных моделей на задачи управления и прогнозирования, **параметрическая** – для диагностики и контроля конкретных параметров реального объекта.

Сигнальная идентификация и двукратная инвариантность адаптивного управления

Представим в ограниченной области G модель реального объекта в виде:

$$\Delta Y = W\cdot\Delta U + W_1\cdot\Delta F + W_2\cdot\Delta N. \tag{6}$$

Здесь ΔF – вектор контролируемых возмущений, $\Delta N = N_1 + N_2$ – не контролируемых, W, W_1, W_2 – соответствующие операторы. Требуется построить инвариантный к $\Delta F\left(t\right)$, оптимальный в смысле квадратичного функционала $I_1\left(\Delta Y, \Delta U\right)$ регулятор:

$$\Delta U\left(t\right) = W_p\left(\varepsilon\left(t, \beta\right)\right), \tag{7}$$

где β — вектор параметров операторов W и W_1.

Ошибка $\varepsilon\left(t\right)$ в (7) равна:

$$\varepsilon\left(t\right) = \Delta Y^*\left(t\right) - \Delta Y\left(t\right), \tag{8}$$

где ΔY^* – заданная траектория.

При отсутствии ограничений оператор W_p линейный [2]:

$$\Delta U\left(t\right) = W_{p1}\cdot\varepsilon\left(t\right) + W_{p2}\cdot\Delta F\left(t\right). \tag{9}$$

 ISSN 1562-9945

Подставим управление (9) в модель (6):

$$\Delta Y\left(t\right)=W\cdot\left[W_{p1}\cdot\left(\Delta Y^{*}(t)-\Delta Y(t)\right)+W_{p2}\cdot\Delta F\left(t\right)\right]+W_{p1}\cdot\Delta F\left(t\right)+W_{2}\cdot\Delta N\left(t\right). \tag{10}$$

Отсюда:

$$\begin{aligned}&\Delta Y\left(t\right)=\left(W\cdot W_{p1}+I\right)^{-1}\cdot\\&\cdot\left[W\cdot W_{p1}\cdot\Delta Y^{*}\left(t\right)+\left(W\cdot W_{p2}+W_{1}\right)\cdot\Delta F\left(t\right)+W_{2}\cdot\Delta N\left(t\right)\right].\end{aligned} \tag{11}$$

Условие инвариантности к контролируемому возмущению $\Delta F\left(t\right)$:

$$W_{p2}=W^{-1}\cdot W_{1}, \tag{12}$$

где W и W_1 – неизвестные операторы модели (6) объекта.

Для оценивания W и W_1 введем модель:

$$\Delta\hat{Y}=\hat{W}\left(\hat{\beta}\right)\cdot\Delta U+\hat{W}_{1}\left(\hat{\beta}\right)\cdot\Delta N_{1}, \tag{13}$$

вектор $\hat{\beta}$ параметров которой оценивается из условий минимума показателя I_2:

$$I_{2}\left(\hat{\beta}\right)=\left\|\Delta Y\left(t\right)-\Delta\hat{Y}\left(\hat{\beta},t\right)\right\|. \tag{14}$$

Здесь имеет место **сигнальная** идентификация: чем оперативнее оптимизируется из условия минимума I_2 вектор $\hat{\beta}$ параметров оператора $\hat{W}$ и $\hat{W}_1$ и чем полнее они (шире базис $W_i\left(\hat{\beta}\right)$, аппроксимирующий эти операторы), тем ближе $\Delta\hat{Y}$ к ΔY. При этом косвенно (за счет оперативной подстройки $\hat{\beta}$) компенсируется влияние неконтролируемых медленных возмущений $N_2(t)$. В асимптотике система обладает двукратной [3] инвариантностью: к изменению параметров объекта, контролируемым ΔF и низкочастотным неконтролируемым N_1 возмущениям. Высокочастотная составляющая N_2 возмущений, как правило, сглаживается природной инерционностью объекта, но влияет на качество идентификации модели (13). Учитывая не стационарность процесса $N\left(t\right)$, сложность структуры модели (13) адаптируется к темпу не стационарности характеристик случайного процесса $N\left(t\right)$. Для этого целесообразно применять ортогональный базис или нониусный подход [4] для адаптации их размерности к указанной не стационарности. Теоретически крайними в ряду сложности являются

- простейшая не стационарная модель $\Delta\hat{Y}=\hat{k}\left(t\right)\cdot\Delta U$, где $\hat{k}\left(t\right)$ изменяется в темпе процессов $\Delta Y\left(t\right)$, $\Delta U\left(t\right)$, обеспечивая близость $\Delta\hat{Y}$ к ΔY объекта;

- сложнейшая стационарная модель (1).

Практически имеют место модели (13), усложнение которых должно способствовать повышению точности (14) и квазистационарности вектора $\hat{\beta}$ их параметров. Учет физических процессов в объекте не обязателен, оценка $\hat{\beta}$ может не иметь физического смысла, строгая выпуклость и унимадальность показателя (14), как функции $\hat{\beta}$, не обязательна.

Параметрическая идентификация – оценивание физических параметров реального объекта.

Здесь необходимо максимально учесть “физику” процессов в объекте при выборе структуры нелинейности f в (2), матриц A, B в (3) или оператора W в (4). Помним, что модели (3) и (4) являются линеаризацией модели (2). Линеаризация допустима в силу гладкости нелинейности f (в природе идеальные скачки отсутствуют). Для однозначности и объективности оценки $\hat{\beta}$ физических параметров β объекта, необходимо планированием эксперимента обеспечить строгую выпуклость показателя (14). Желательно, чтобы оценка $\hat{\beta}$ линейно входила в выражение ошибки (8), а n ее компонентов $\hat{\beta}_i \left(i = \overline{1,n}\right)$ – коэффициенты при линейно независимых функциях чувствительности ошибки (8) по $\hat{\beta}_i$. Тогда задача оценивания $\hat{\beta}$ сводится к минимизации строго выпуклого квадратичного показателя (14). Оценка единственна, а при соответствующих подходах [5] статистически несмещенная и эффективна.

Однако, остается ее методическое смещение вследствие приближенности моделей (2), (3), (4). Приближенность стремиться к нулю, когда область G изменения переменных стягивается в точку (X_0, U_0, t_0). Но с уменьшением ΔX, ΔU возрастает соотношение “шум $N(t)$ – сигнал $\Delta X(t)$”. Это приводит к потере эффективности оценки $\hat{\beta}$. В работе [6] предложен метод, позволяющий получить методически несмещенную и достаточно эффективную оценку $\hat{\beta}$ в точке (X_0, U_0, t_0). Для этого выполняется последовательный ряд однотипных (но различных по амплитуде отклонений ΔX) активных экспериментов на объекте, каждый из которых обеспечивает выпуклость показателя (14) для линейного базиса модели. Находятся методически смещенные, но достаточно эффективные оценки $\hat{\beta}$. Несмещенная оценка определяется по регрессионной зависимости $\hat{\beta}(\|\Delta X\|)$, построенной для каждого $\hat{\beta}_i$ на множестве амплитуд $\|\Delta X\|$ и взятая в точке, где $\|\Delta X\|$ равна нулю.

Пример. В продольном короткопериодическом движении самолета М-17 выполнено ряд “перекладок” руля высоты разной амплитуды. Для каждой “перекладки” оценивались коэффициенты матриц A, B модели (3), являющиеся аэродинамическими; по ним рассчитывался физический параметр самолета – нормированное расстояние σ_n между центром масс и аэродинамическим фокусом самолета М-17. В таблице приведены значения амплитуды $\|\Delta\alpha\|$ отклонений угла атаки α и соответствующее им значение оценки $\hat{\sigma}_n$. В последнем столбике дана несмещенная оценка $\hat{\sigma}_n = 0.225$, полученная путем линейной аппроксимации табличной зависимости $\hat{\sigma}_n(\|\Delta\alpha\|)$ и расчета ее значения в точке нулевых отклонений. Простое усреднение результатов даст существенно смещенную оценку $\hat{\sigma}_n = 0.188$.

Заключение. Для корректности задачи идентификации следует строго различать **сигнальный** и **параметрический** подходы. Общность

 ISSN 1562-9945

Таблица 1

Зависимость $\hat{\sigma}_n$ от $\|\Delta\alpha\|$

$\|\Delta\alpha\|$	8.35	6.04	5.49	4.13	1.56	0
$\hat{\sigma}_n$	0.168	0.18	0.187	0.19	0.215	0.225

их состоит в минимизации ошибки (8); различие – в моделях (абстрактной и “физически” адекватной) и требованиям к функционалу (14), как функции оценки $\hat{\beta}$ (соответственно нестрогая и строгая выпуклость). К сожалению, в практике летных испытаний часто пользуются для оценивания параметров **сигнальной** идентификацией, закладывая в модель вида (3) априорно необъективно заданные (по расчету или результатам продувок в аэродинамической трубе) коэффициенты с последующей подстройкой их из условия не строго выпуклого функционала ошибки (8). При этом достигается кажущаяся адекватность модели (3) объекту: ошибка (8) достаточно мала, но оценки $\hat{\beta}$ близки к априорным; последние же могут существенно отличаться от истинных физических параметров.

Литература

1. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971, 400 с.
2. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами. М.: Радио и связь, 1989, 390 с.
3. Петров Б.Н. и др. Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем управления. М.: Машиностроение, 1972, 259 с.
4. Адаптивные системы идентификации /Под ред. Костюка В.И. К.: Техніка, 1975, 288 с.
5. Сильвестров А.Н., Чинаев П.И. Идентификация и оптимизация автоматических систем. М.: Энергоатомиздат, 1983, 200 с.
6. Сильвестров А.Н. Два альтернативных подхода к задаче идентификации реальных объектов // Проблемы управления и информатики.–1996, 6.-с. 54-65.