УДК 628.007.52

М.М. Ткач

# МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ СТРУКТУР ГВС

## Вступ

Задоволення таких потреб сучасного багатономенклатурного виробництва, як інтенсифікація та високий рівень автоматизації технологічних процесів, необхідність координації процесів виконання технологічних операцій з операціями транспортування, складування та управління, призвели до появи нових принципів організації та управління технологічними процесами, які в широкому розумінні можуть бути названі гнучкими виробничими системами (ГВС). Такі системи це не традиційні системи комплексної автоматизації, не просто системи машин з повною автоматизацією технологічних операцій, об‘єднаних єдиною транспортною системою, а принципово нове покоління систем, яке здатне швидко переходити з випуску одного виду виробу на інший.

В основу організації роботи таких систем покладений принцип варіації маршрутів виготовлення об‘єктів виробництва (ОВ) з метою максимального використання технологічного обладнання без додаткового його переобладнання. Крім того, такі системи базуються на використанні гнучких виробничих модулів (ГВМ) – функціонально та конструктивно закінчених структурних елементів ГВС, які реалізують в автоматичному режимі виготовлення об‘єктів у відповідності до виробничої ситуації.

Аналіз вітчизняного та зарубіжного досвіду показує, що ГВС, які побудовані на базі окремих ГВМ можуть бути дуже ефективними в сучасному виробництві. Однак вибір необхідної кількості ГВМ, закріплення за ними відповідних операцій та пошук раціональних компонувальних рішень – це складна задача, яка потребує комплексного підходу.

## Постановка задачі

Одним з аспектів вирішення даної задачі є моделювання технологічної структури ГВС, яка представляє собою сукупність технологічних маршрутів, реалізуємих ГВС, тобто склад та послідовність технологічних операцій для заданої номенклатури ОВ. Очевидно, що для моделювання даної структури необхідно мати як опис її елементів, так і опис взаємодії між ними. У даному випадку елементами ТС є виключно технологічні операції, питання опису яких було докладно розглянуте в роботі [1], тому для побудови формального опису ТС залишається лише вибрати достатньо зручні засоби формалізації та математичного представлення взаємодії між ними.



 ISSN 1562-9945

## Формалізація взаємодії між операціями ГрОП

Оскільки ГВС повинна забезпечити реалізацію множини групових операцій $ГрОП = \{ГрОП_j\}, j = [1, J]$ [1], то говорячи про технологічну структуру $j$-ї групової операції – $S_{Гр_j}$ будемо мати на увазі сукупність кінцевого числа операцій $\{ОП_{jp}\}$, $p = [1, P]$, які складають дану групову операцію ($ГрОП_j$), разом з зв'язками між ними.

Уведемо ряд припущень відносно взаємодії між операціями, які складають $j$-ту групову операцію ($ГрОП_j$) та використаємо відповідну символіку для опису структурних зв'язків між ними.

*Припущення 1.* Взаємодія між операціями $ГрОП_j$ та зовнішним середовищем, а також між самими операціями здійснюється тільки при наявності між ними зв'язків.

Це припущення дозволяє звести вивчення взаємодії між операціями $ГрОП_j$ до вивчення видів зв'язків між ними.

*Припущення 2.* Для опису зв'язків між операціями $ГрОП_j$ достатньо деякого кінцевого набору характеристик.

Так, якщо вхідні зв'язки $x^{(k)} \in X^{(k)}$, де $X^{(k)}$ – множина вхідних зв'язків $k$ – ї операції ($ОП_{jk}$), можуть бути описані набором характеристик $x^{(k)} = \left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \ldots, x_{n_k}^{(k)}\right)$, таких що $x_{l_k}^{(k)} \in X_{l_k}^{(k)}, l_k = 1, 2, \ldots, n_k$; $X_{l_k}^{(k)}$ – задані множини, то прямий добуток

$$\hat{X}^{(k)} = X_1^{(k)} \times X_2^{(k)} \times \ldots \times X_{n_k}^{(k)} \tag{1}$$

– простір вхідних зв'язків $ОП_{jk}$. Аналогічно вихідні зв'язки $y^{(k)} \in Y^{(k)}$, де $Y^{(k)}$ – множина вихідних зв'язків $ОП_{jk}$- ї операції, є $y^{(k)} = \left(y_1^{(k)}, y_2^{(k)}, \ldots, y_{m_k}^{(k)}\right)$; $y_{l_k}^{(k)} \in Y_{l_k}^{(k)}, l_k = 1, 2, \ldots, m_k$;

$$\hat{Y}^{(k)} = Y_1^{(k)} \times Y_2^{(k)} \times \ldots \times Y_{m_k}^{(k)} \tag{2}$$

- простір вихідних зв'язків $ОП_{jk}$.

Зважаючи на те, що технологічний процес виготовлення того або іншого ОВ починається з відповідної операції і закінчується відповідною операцією, то будь-яка операція $ГрОП_j$ може мати крім зв'язків з іншими операціями ще й зв'язки з зовнішнім середовищем (тобто бути вхідною або вихідною для відповідного ОВ).

З метою опису взаємодії між операціями $ГрОП_j$ та зовнішнім середовищем, в тій же формі що і взаємодія між самими операціями $ГрОП_j$, зовнішнє середовище будемо розглядати як фіктивну операцію $ОП_Ф$ з простором вхідних зв'язків $\hat{X}^{(Ф)} = X_1^{(Ф)} \times X_2^{(Ф)} \times \ldots \times X_{n_Ф}^{(Ф)}$ та вихідних $\hat{Y}^{(Ф)} = Y_1^{(Ф)} \times Y_2^{(Ф)} \times \ldots \times Y_{m_Ф}^{(Ф)}$. Зв'язки, які йдуть від операцій $ГрОП_j$ в зовнішнє середовище, є вхідні зв'язки операції $ОП_Ф$: $x^{(Ф)} = \left(x_1^{(Ф)}, x_2^{(Ф)}, \ldots, x_{n_Ф}^{(Ф)}\right)$; $x_{l_Ф}^{(Ф)} \in X_{l_Ф}^{(Ф)}, l_Ф = 1, 2, \ldots, n_Ф$. Зв'язки, які ідуть із зовнішнього середовища до операцій $ГрОП_j$, є вихідні зв'язки операції $ОП_Ф$: $y^{(Ф)} = \left(y_1^{(Ф)}, y_2^{(Ф)}, \ldots, y_{m_Ф}^{(Ф)}\right)$; $y_{l_Ф}^{(Ф)} \in Y_{l_Ф}^{(Ф)}, l_Ф = 1, 2, \ldots, m_Ф$.

Прийняті припущення ще не дають можливості побудувати достатньо просту математичну модель взаємодії між операціями $ГрОП_j$, але на їх основі вже можна вибирати характеристики, які дозволяють описати структурні зв’язки між ними.

Загальна структура сполуки операцій в $ГрОП_j$ відображує сукупність безпосередніх зв’язків між окремими операціями. Тому, доцільно починати вивчення структурних зв’язків між операціями $ГрОП_j$ з формального опису сполуки двох операцій $ОП_{ji}$ та $ОП_{jk}$ , $i, k = 0, 1, 2, \ldots, P$.

Розглянемо ті вихідні зв’язки $ОП_{ji}$, які є вхідними для операції $ОП_{jk}$. Позначимо їх $y^{(i,k)}$. Множина $\tilde{Y}^{(i,k)}$ зв’язків $y^{(i,k)}$ є деякою підмножиною множини $Y^{(i)}$. Ця підмножина може бути пустою, коли вихідні зв’язки операції $ОП_{ji}$ не є вхідними зв’язками $ОП_{jk}$, або співпадати з множиною $Y^{(i)}$, коли будь-які вихідні зв’язки $y^{(i)} \in Y^{(i)}$ є вхідними зв’язками $ОП_{jk}$. Очевидно, що $y^{(i,k)}$ є точкою простору $\hat{Y}^{(i)}$ і формально може бути представлена у вигляді $y^{(i,k)} = \left(y_1^{(i,k)}, y_2^{(i,k)}, \ldots, y_{m_i}^{(i,k)}\right)$, де $y_{l_i}^{(i,k)} \in \tilde{Y}_{l_i}^{(i,k)} \subset Y^{(i)}, l_i = 1, 2, \ldots, m_i$.

Кожній не пустій множині $\tilde{Y}_{l_i}^{(i,k)}$ поставимо у відповідність елементарну вісь $\overset{*}{Y}{}_{l_i}^{(i)}$ простору $\hat{Y}^{(i)}$. Множину таких елементарних осей позначимо $\left[\overset{*}{Y}{}^{(i,k)}\right]$.

Розглянемо прямий добуток елементарних осей $\overset{*}{Y}{}_{l_i}^{(i)} \in \left[\overset{*}{Y}{}^{(i,k)}\right]$, які взяті в томуж порядку, в якому вони представлені в просторі $\hat{Y}^{(i)}$,

$$\overset{*}{Y}{}^{(i,k)} = \prod \left\{ \overset{*}{Y}{}_{l_i}^{(i)} \in \left[\overset{*}{Y}{}^{(i,k)}\right] / \hat{Y}^{(i)} \right\}. \tag{3}$$

Цей добуток є віссю простору $\hat{Y}^{(i)}$.

Наприклад, якщо простір вихідних зв’язків операції $ОП_{ji}$ (рис. 1)

$$\hat{Y}^{(i)} = \overset{*}{Y}{}_1^{(i)} \times \overset{*}{Y}{}_2^{(i)} \times \overset{*}{Y}{}_3^{(i)} \times \overset{*}{Y}{}_4^{(i)}, \tag{4}$$

зв’язок

$$y^{(i)} = \left(y_1^{(i)}, y_2^{(i)}, y_3^{(i)}, y_4^{(i)}\right)$$

та

$$y^{(i,k)} = \left(y_1^{(i)}, y_3^{(i)}\right),$$

то

$$\overset{*}{Y}{}^{(i,k)} = \overset{*}{Y}{}_1^{(i)} \times \overset{*}{Y}{}_3^{(i)}, \tag{5}$$

а зв’язок $y^{(i,k)}$, як точка простору $\hat{Y}^{(i)}$ буде мати вигляд

$$y^{(i,k)} = \left(y_1^{(i)}, \emptyset, y_3^{(i)}, \emptyset\right). \tag{6}$$

$x_4^{(i)}$

 ISSN 1562-9945

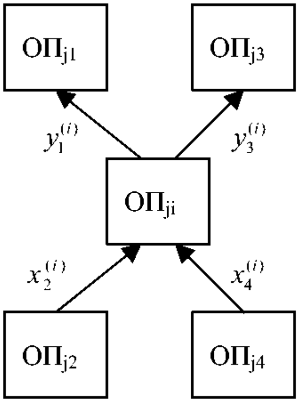


Рис. 1 – Вхідні та вихідні зв’язки $ОП_{ji}$

Очевидно, що зв’язок $y^{(i,k)}$ може розглядатись як проекція $y^{(i)} \in \hat{Y}^{(i)}$ на вісь $\overset{*}{Y}{}^{(i,k)}$, яку в подальшому будемо називати віссю вихідних зв’язків операції $ОП_{ji}$ до операції $ОП_{jk}$.

Аналогічним чином можна розглянути простір вхідних зв’язків будь-якої операції $ГрОП_j$. Так, якщо вихідний зв’язок $y^{(i,k)}$ операції $ОП_{ji}$ є вхідним зв’язком $x^{(k,i)}$ операції $ОП_{jk}$, то зв’язок $x^{(k,i)}$ - точка простору $\hat{X}^{(k)}$ і

$$x^{(k,i)} = \left(x_1^{(k,i)}, x_2^{(k,i)}, \ldots, x_{n_k}^{(k,i)}\right),$$

де

$$x_{l_k}^{(k,i)} \in \tilde{X}_{l_k}^{(k,i)} \subset X^{(k)}, l_k = 1, 2, \ldots, n_k.$$

Нехай $\left[\overset{*}{X}{}_{(k,i)}\right]$ – множина елементарних осей $\overset{*}{X}{}_{l_k}^{(k)}$ таких, що $\tilde{X}_{l_k}^{(k,i)} \neq \emptyset$. Тоді прямий добуток

$$\overset{*}{X}{}_{(k,i)} = \prod \left\{ \overset{*}{X}{}_{l_k}^{(k)} \in \left[\overset{*}{X}{}_{(k,i)}\right] / \hat{X}^{(k)} \right\} \tag{7}$$

це вісь простору $\hat{X}^{(k)}$, яку надалі будемо називати віссю вхідних зв’язків операції $ОП_{jk}$ від операції $ОП_{ji}$, а зв’язок $x^{(k,i)}$ – проекцією $x^{(i)} \in \hat{X}^{(i)}$ на вісь $\overset{*}{X}{}^{(k,i)}$.

Для прикладу, який розглядався вище

$$\overset{*}{X}{}^{(i)} = \overset{*}{X}{}_1^{(i)} \times \overset{*}{X}{}_2^{(i)} \times \overset{*}{X}{}_3^{(i)} \times \overset{*}{X}{}_4^{(i)},$$

а вхідний зв’язок $x^{(i,k)}$, як точка простору $\hat{X}^{(i)}$, має вигляд

$$x^{(i,k)} = \left(\emptyset, x_2^{(i)}, \emptyset, x_4^{(i)}\right).$$

Оскільки будь-яка операція $ГрОП_j$, крім зв'язків з іншими операціями, може мати ще й зв'язки з зовнішнім середовищем, то зв'язки, які ідуть від операції $ОП_{ji}$ в зовнішнє середовище, характеризуються зовнішнєю віссю $\overset{*}{Y}{}^{(i,ф)}$ простору $\hat{Y}^{(i)}$, а зв'язки, які ідуть від неї до інших операцій даної $ГрОП_j$ – внутрішнєю віссю

$$\overset{*}{Y}{}^{(i)}_{вн} = \prod \left\{ \overset{*}{Y}{}^{(i)}_{l_i} \in \bigcup_{k=1}^{P} \left[ \overset{*}{Y}{}^{(i,k)} \right] / \hat{Y}^{(i)} \right\}. \tag{8}$$

Аналогічно з (8) зв'язки, які йдуть від інших операцій $ГрОП_j$ до операції $ОП_{ji}$, характеризуються внутрішнєю віссю простору вхідних зв'язків $\hat{X}^{(i)}$:

$$\overset{*}{X}{}^{(i)}_{вн} = \prod \left\{ \overset{*}{X}{}^{(i)}_{l_i} \in \bigcup_{k=1}^{P} \left[ \overset{*}{X}{}^{(i,k)} \right] / \hat{X}^{(i)} \right\}, \tag{9}$$

а зв'язки, які йдуть до операції $ОП_{ji}$ з зовнішнього середовища – зовнішнєю віссю $\overset{*}{X}{}^{(i,ф)}$.

Якщо характеризувати операції $ГрОП$ просторами $\hat{X}^{(i)}$ та $\hat{Y}^{(i)}$, де $i = 1, 2, \ldots, P$, то будемо вважати, що мова іде про загальні схеми опису взаємодії між операціями, тобто простори $\hat{X}^{(i)}$, $\hat{Y}^{(i)}$ відображають всі можливі зв'язки між операціями. Для реальних $ГрОП$ характерне накладання на операції, які їх складають, певних обмежень, що визначають дійсні вхідні та вихідні зв'язки тієї чи іншої операції, як підпростори просторів $\hat{X}^{(i)}$ та $\hat{Y}^{(i)}$.

Для побудови дійсних просторів вхідних та вихідних зв'язків операцій $ГрОП_j$ необхідно виділити з множини елементарних осей просторів $\hat{X}^{(i)}$ та $\hat{Y}^{(i)}$ такі елементарні осі, які належать множинам $\left[\overset{*}{X}{}^{(i,k)}\right]$ та $\left[\overset{*}{Y}{}^{(i,k)}\right]$ і характеризують зв'язки між операціями $ГрОП_j$. Такі елементарні осі увійдуть до складу елементарних осей дійсних просторів вхідних та вихідних зв'язків, а всі інші повинні бути вилучені з розгляду.

Уведемо позначення дійсних просторів вхідних та вихідних зв'язків операції $ОП_{ji}$ через $\hat{X}^{(i)}_{\partial}$ та $\hat{Y}^{(i)}_{\partial}$, а відповідні їм множини елементарних осей – через $\left[\overset{*}{X}{}^{(i)}_{\partial}\right]$ та $\left[\overset{*}{Y}{}^{(i)}_{\partial}\right]$.

Очевидно, що множина $\left[\overset{*}{Y}{}^{(i)}_{\partial}\right]$ містить такі елементарні осі $\overset{*}{Y}{}^{(i)}_{l_i}$, які належать або $\left[\overset{*}{Y}{}^{(i,ф)}\right]$ або $\left[\overset{*}{Y}{}^{(i)}_{вн}\right]$. Тому, дійсний простір вихідних зв'язків операції $ОП_{ji}$, як елемента $ГрОП_j$, має вигляд

$$\hat{Y}^{(i)}_{\partial} = \prod \left\{ \overset{*}{Y}{}^{(i)}_{l_i} \in \bigcup_{k=0}^{P} \left[ \overset{*}{Y}{}^{(i,k)} \right] / \hat{Y}^{(i)} \right\}. \tag{10}$$

Множину елементарних осей $\left[\overset{*}{X}{}^{(i)}_{\partial}\right]$ можна отримати як об'єднання

 ISSN 1562-9945

$\left[\overset{*}{X}_{(i,\textit{ф})}\right]$ та $\left[\overset{*}{X}{}^{(i)}_{\textit{вн}}\right]$. Тому, дійсний простір вхідних зв’язків операції $ОП_{ji}$, як елемента $ГрОП_j$, можна описати наступним співвідношенням

$$\hat{X}_{\partial}^{(i)} = \prod \left\{ \overset{*}{X}{}^{(i)}_{l_i} \in \bigcup_{k=0}^{P} \left[\overset{*}{X}_{(i,k)}\right] / \hat{X}^{(i)} \right\}. \tag{11}$$

Наведені співвідношення для дійсних просторів вхідних та вихідних зв’язків технологічних операцій, як елементів $ГрОП$, можуть бути використані як для представлення сполучення операцій $ГрОП$ за допомогою структурних схем, так і для функціонального опису реальних $ГрОП$.

## Оператор сполучення операцій ГрОП

Для практичного використання характеристик сполучення операцій $ГрОП$, які були розглянуті вище, необхідно побудувати математичну модель сполучення, яка дозволить відобразити ці характеристики в залежності від структури зв’язків між технологічними операціями. Побудова такої моделі опирається на додаткове припущення щодо сполучення технологічних операцій. Для формулювання такого припущення будемо вважати, що будь-який зв’язок, який з’єднує відповідні операції $ГрОП$, можна розглядати як сукупність вхідного та вихідного контакту. Тоді, вхідні зв’язки операції $ОП_{ji}$ зручно представляти як сукупність $n$ вхідних контактів, а вихідні – як сукупність $m$ вихідних контактів.

*Припущення 3.* Кожен вхідний або вихідний контакт може реалізувати не більше ніж один зв’язок.

Це припущення відображає головну умову сполучення операцій $ГрОП$: сукупність дійсних зв’язків операцій, які складають $ГрОП$, кожному вхідному контакту однієї операції ставить у відповідність єдиний цілком визначений вихідний контакт іншої операції.

Нехай $ГрОП_j$ складається з операцій $\{ОП_{jp}\}\,, p = 1, 2, \ldots, P$ та має зв’язки з зовнішнім середовищем, яке формалізовано може бути представлене у вигляді фіктивної операції $ОП_{\textit{ф}}$.

Позначимо $\left[X_{l_i}^{(i)}\right]_1^{n_i}$ – множина вхідних контактів операції $ОП_{ji}$, $\left[Y_{l_i}^{(i)}\right]_1^{m_i}$ – множина вихідних контактів операції $ОП_{ji}$.

Нехай

$$[X_l]_P = \bigcup_{i=0}^{P} \left[X_{l_i}^{(i)}\right]_1^{n_i}, \tag{12}$$

$$[Y_l]_P = \bigcup_{i=0}^{P} \left[Y_{l_i}^{(i)}\right]_1^{m_i}. \tag{13}$$

Розглянемо відображення $[X_l]_P \to [Y_l]_P$ з областю визначення на множині $[X_l]_P$ та областю значень на множині $[Y_l]_P$, яке реалізується оператором

$$Y_{l_i}^{(i)} = \Re\left(X_{l_k}^{(k)}\right), l_i, l_k = 0, 1, 2, \ldots, P, \tag{14}$$

і ставить контакту $X_{l_k}^{(k)} \in [X_l]_P$ у відповідність єдиний контакт $Y_{l_i}^{(i)} \in [Y_l]_P$, який має з ним дійсний зв’язок. Якщо в *ГрОП* деякий контакт $X_{l_k}^{(k)}$ немає зв’язку ні з яким контактом $Y_{l_i}^{(i)}$, то оператор (14) вважається не визначеним на цьому $X_{l_k}^{(k)}$.

Оператор $\Re$ будемо називати оператором сполучення операцій *ГрОП*, в область визначення якого входять всі вхідні контакти всіх операцій *ГрОП* та операції $ОП_Ф$. Цей оператор описує сукупність зв’язків, які з’єднують ці контакти з вихідними контактами відповідних операцій *ГрОП* та операції $ОП_Ф$.

Введення оператора дозволяє зробити наступне означення: *технологічною структурою* $j$-ї групової операції ($S_{Гр_j}$) будемо називати упорядковану сукупність її операцій $ОП_{j1}, ОП_{j2}, \ldots, ОП_{jP}$, множину фіктивних контактів $\left[X_{l_Ф}^{(Ф)}\right]_1^{n_Ф}$ та $\left[Y_{l_Ф}^{(Ф)}\right]_1^{m_Ф}$, які характеризують зовнішні зв’язки $ГрОП_j$, та оператор $\Re$.

Зазначимо, що між вхідними та вихідними контактами, з одного боку, та елементарними осями просторів вхідних і вихідних зв’язків, з іншого боку, існує взаємно однозначна відповідність: кожному контакту ($X_{l_k}^{(k)}$ або $Y_{l_i}^{(i)}$) зіставляється елементарна вісь ($\overset{*}{X}{}_{l_k}^{(k)}$ або $\overset{*}{Y}{}_{l_i}^{(i)}$) і навпаки. Тому, оператор $\Re$ може використовуватись для опису характеристик зв’язків між операціями *ГрОП*, які були розглянуті в попередньому параграфі даного розділу.

Так, вираз $\Re\left(\left[X_{l_k}^{(k)}\right]_1^{n_k}\right)$ представляє собою множину вихідних контактів всіх операцій $ГрОП_j$, які мають дійсний зв’язок з вхідними контактами операції $ОП_{jk}$. Для того щоб виділити з цієї множини підмножину вихідних контактів операції $ОП_{ji}$ достатньо розглянути їх перетин з множиною $\left[Y_{l_i}^{(i)}\right]_1^{m_i}$.

Тоді множина елементарних осей $\left[\overset{*}{Y}{}_{(i,k)}\right]$ осі $\overset{*}{Y}{}_{(i,k)}$ вихідних зв’язків операції $ОП_{ji}$, які є вхідними для операції $ОП_{jk}$ (4.3), буде мати вигляд

$$\left[\overset{*}{Y}{}_{(i,k)}\right] = \left[\overset{*}{Y}{}_{l_i}^{(i)}\right]_1^{m_i} \cap \Re\left[\overset{*}{X}{}_{l_k}^{(k)}\right]_1^{n_k}, \tag{15}$$

де $i, k = 1, 2, \ldots, P$. Вісь $\overset{*}{Y}{}_{(i,k)}$ є прямим добутком елементарних осей, які належать множині (4.15) і взяті в тій же послідовності, в якій вони розташовані в просторі $\hat{Y}^{(i)}$ вихідних зв’язків операції $ОП_{ji}$

$$\overset{*}{Y}{}_{(i,k)} = \prod\left\{\overset{*}{Y}{}_{l_i}^{(i)} \in \left\{\left[Y_{l_i}^{(i)}\right]_1^{m_i} \cap \Re\left[X_{l_k}^{(k)}\right]_1^{n_k}\right\} / \hat{Y}^{(i)}\right\}. \tag{16}$$

Проекція вихідного зв’язку $y^{(i)} \in Y^{(i)}$ на вісь $\overset{*}{Y}{}_{(i,k)}$ складається з дій-

 ISSN 1562-9945

сних зв’язків, які ідуть від вхідних контактів операції $ОП_{ji}$ до вихідних контактів операції $ОП_{jk}$.

Розглянемо деяку сукупність вхідних зв’язків $\left[X_l^{(k)}\right]' \subset [X_l]_P$. Для кожного $X_l^{(k)} \in \left[X_l^{(k)}\right]'$ знайдемо відповідний йому $Y_l^{(i)} = \Re\left(X_l^{(k)}\right)$, якщо він існує в силу відображення $\Re$. Сукупність отриманих контактів $Y_l^{(i)}$ позначимо $\left[Y_l^{(i)}\right]'$. Тоді описана вище процедура може бути представлена наступним співвідношенням:

$$\left[Y_l^{(i)}\right]' = \Re\left(\left[X_l^{(k)}\right]\right). \tag{17}$$

Виходячи з цього, можна розглянути звуження оператора $\Re\left(X_l^{(k)}\right)$ на множину $\left[X_{l_k}^{(k)}\right]_1^{n_k} \subset [X_l]_P$. Позначимо його $\Re'\left(X_l^{(k)}\right)$. Згідно з *припущенням 3* цей оператор реалізує взаємно однозначну відповідність між вхідними контактами $X_l^{(k)} \in F_x^{(k)} \subset \left[X_{l_k}^{(k)}\right]_1^{n_k}$, де $F_x^{(k)}$ – область визначення оператора $\Re'$, та вихідними контактами $Y_l^{(i)} \in F_y^{(k)} \subset [Y_l]_P$, $i = 0, 1, 2, \ldots, P$, де $F_y^{(k)}$ область значень оператора $\Re'$.

З викладеного можна зробити висновок, що існує оператор $\Re'^{-1}$, зворотній оператору $\Re'$, з областю визначення $F_y^{(k)}$ такий, що $X_l^{(k)} = \Re'^{-1}\left(Y_l^{(i)}\right)$. Цей оператор кожному $Y_l^{(i)} \in \Re\left(\left[X_{l_k}^{(k)}\right]_1^{n_k}\right)$ ставить у відповідність контакт $X_l^{(k)} \in \left[X_{l_k}^{(k)}\right]_1^{n_k}$ такий, що $\Re\left(X_l^{(k)}\right) = Y_l^{(i)}$.

Якщо оператор $\Re'^{-1}$ використати до множини (15), то отримаємо множину елементарних осей простору вхідних зв’язків операції $ОП_{jk}$, контакти якої мають дійсний зв’язок з вихідними контактами операції $ОП_{ji}$. Ця множина співпадає з множиною $\left[\overset{*}{X}_{(k,i)}\right]$ осі $\overset{*}{X}_{(k,i)}$ вхідних зв’язків операції $ОП_{jk}$ від операції $ОП_{ji}$ (7). Тому,

$$\left[\overset{*}{X}_{(k,i)}\right] = \Re'^{-1}\left\{\left[\overset{*}{Y}{}_{l_i}^{(i)}\right]_1^{m_i} \cap \Re\left[\overset{*}{X}{}_{l_k}^{(k)}\right]_1^{n_k}\right\}, \tag{18}$$

де $i, k = 0, 1, 2, \ldots, P$.

Проекція вхідного зв’язку операції $ОП_{jk}$ на вісь $\overset{*}{X}_{(k,i)}$ складається з дійсних зв’язків, які ідуть від операції $ОП_{ji}$ до вхідних контактів операції $ОП_{jk}$.

Тепер перейдемо до розгляду зовнішніх та внутрішніх осей просторів вхідних та вихідних зв’язків, які визначаються співвідношеннями (8) та (9).

Так, вихідні зв’язки, які ідуть від операції $ОП_{ji}$ в зовнішнє середовище характеризуються множиною елементарних осей

$$\left[\overset{*}{Y}_{(i,\text{ф})}\right] = \left[\overset{*}{Y}{}^{(i)}_{l_i}\right]_1^{m_i} \cap \Re\left(\left[X^{(\text{ф})}_{l_\text{ф}}\right]_1^{n_\text{ф}}\right), \tag{19}$$

а зв'язки, які ідуть від неї до інших операцій $ГрОП_j$ - множиною елементарних осей

$$\left[\overset{*}{Y}{}^{(i)}_{\text{вн}}\right] = \bigcup_{k=1}^{P}\left\{\left[\overset{*}{Y}{}^{(i)}_{l_i}\right]_1^{m_i} \cap \Re\left(\left[X^{(k)}_{l_k}\right]_1^{n_k}\right)\right\}. \tag{20}$$

Аналогічним чином описуються внутрішні та зовнішні осі простору вхідних зв'язків:

$$\left[\overset{*}{X}_{(k,\text{ф})}\right] = \Re^1\left\{\left[\overset{*}{Y}{}^{(\text{ф})}_{l_\text{ф}}\right]_1^{m_\text{ф}} \cap \Re\left(\left[\overset{*}{X}{}^{(k)}_{l_k}\right]_1^{n_k}\right)\right\}, \tag{21}$$

$$\left[\overset{*}{X}{}^{(k)}_{\text{вн}}\right] = \bigcup_{k=1}^{P}\Re^1\left\{\left[\overset{*}{Y}{}^{(i)}_{l_i}\right]_1^{m_i} \cap \Re"\left(\left[X^{(k)}_{l_k}\right]_1^{n_k}\right)\right\}. \tag{22}$$

Оператори $\Re$ та $\Re^{'-1}$ можуть бути використані для дослідження структур сполучення технологічних операцій в $S_{Гр_j}$.

## Моделювання технологічних структур ГрОП

В якості апарату моделювання технологічних структур $ГрОП$ використаємо аппарат теорії графів, який дозволяє достатньо наочно відобразити особливості їх структурних моделей в рамках загальної постановки задачі синтезу організаційно-технологічних структур ГВС.

Згідно з означенням технологічної структури $j$-ї групової операції ($S_{Гр_j}$), яке було наведено вище, модель її структури повинна описувати взаємодію між операціями, які складають дану $ГрОП_j$. У відповідності до цього, множина операцій $\{ОП_{jp}\} \in ГрОП_j, p = [1, P]$ може бути інтерпретована в моделі її технологічної структури як множина $V = \{v_{jp}\}, p = [1, P]$ вершин графа, яка розбивається на три підмножини: $V_1 = \left\{v^{вх}_{ij}\right\}, i = [1, P_1]$ – монжина вершин графа, які мають зовнішні вхідні зв'язки; $V_2 = \left\{v^{вих}_{jl}\right\}, l = [1, P_2]$ – множина вершин графа, які мають зовнішні вихідні зв'язки; $V_3 = \left\{v^{вн}_{jk}\right\}, k = [1, P_3]$ – множина вершин графа, які не мають зовнішніх зв'язків. Причому $P_1 \cap P_2 \cap P_3 = P$. Зв'язок елементів множини $V$, який безпосередньо визначається послідовністю виконання $\{ОП_{jp}\}$ при виготовленні того або іншого ОВ, в моделі технологічної структури інтерпретується як множина $Z = \{z_i\}, i = [1, N]$ ребер графа. Звідси видно, що пара множин $V$ та $Z$ може бути інтерпретована як орієнтований граф. Отже, моделлю $S_{Гр_j}$ є деякий орієнтований граф

$$GR_{op} = \{V, Z\} \tag{23}$$

множина вершин $V$ та ребер $Z$ якого визначені так, як це показано вище.

Приклад моделі $S_{Гр_j}$ у вигляді графа $GR_{op}$ показано на рис. 2.

$v^{вх}_{j1}$

 ISSN 1562-9945

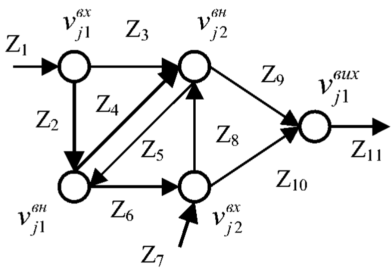


Рис. 2 – Приклад моделі $S_{Гp_j}$

Елементи $v_{j1}^{вх}$ та $v_{j1}^{вих}$ в цьому прикладі, для яких характерна наявність зовнішніх зв'язків, визначають відповідно початкові або кінцеві операції технологічних маршрутів виготовлення ОВ. Наявність таких вершин на графі $S_{Гp_j}$ є однією з її особливостей, оскільки реальні технологічні процеси виготовлення того або іншого ОВ починаються і закінчуються відповідними операціями.

Визначимо основні відмінні властивості $S_{Гp_j}$ представленої у вигляді графа $GR_{op}$:

– модель $GR_{op}$ може мати будь-яку кількість вершин типу $v_j^{вх}$ або $v_j^{вих}$ (наприклад, вершини $v_{j1}^{вх}$,$v_{j2}^{вх}$ та $v_{j1}^{вих}$ на рис. 2);

– з будь-якої вершини $v_{jp} \in V$ графа $GR_{op}$ повинен бути хочаб один орієнтований маршрут до однієї з вершин типу $v_j^{вих}$, т.т. модель $S_{Гp_j}$ повинна мати транзитивне замикання по ребрах з будь-якої вершини до однієї з кінцевих вершин $v_j^{вих}$.

## Висновки

Побудована модель технологічної структури *ГрОП*, в якій розглядаються всі можливі послідовності технологічних операцій виготовлення ОВ, дозволяє не тільки реалізувати виготовлення тих ОВ, які склали відповідну*ГрОП*, а також розширити цю групу за рахунок введення до неї нових ОВ, які можуть бути отримані шляхом комбінування послідовності виконання $\{ОП_{jp}\}$. Крім того, дана модель є основою для подальшого визначення кількості ГВМ, необхідних для її реалізації, та закріплення за ними відповідних операцій, що дасть можливість аргументованого вибору компонувальної структури ГВС.

## Література

1. Методологія формування групових операцій при проектуванні ГВС/ Ткач М.М., Поліщук М.М. // Адаптивні системи автоматичного управління.-2005 $8_{(28)}$. С. 142-146.
2. Куратовский К., Мостовский А. Теория множеств. Изд-во Мир, 1970.-230 с.