

СУЧАСНІ МЕТОДИ АВТОМАТИЗОВАНОГО КЕРУВАННЯ В КРАФТОВІЙ СИРОВАРНІ

Анотація: Стаття присвячена дослідженню сучасних методів синтезу оптимальної системи керування температурою в крафтовій сироварні. Розглянуто як традиційний підхід, що базується на використанні PID-регулятора, так і використання оптимальних LQR та MPC регуляторів. Порівняні методи SISO/MIMO ідентифікації об'єкту керування, та запропонований простий та ефективний підхід з використанням gray-box моделі.

Ключові слова: оптимальне керування, математична модель, ідентифікація систем, PID, LQR, MPC.

Вступ

Інтенсивний розвиток обчислювальної техніки та зростаюча складність сучасних технологічних ліній суттєво трансформують методологію синтезу регуляторів у харчовій промисловості. Якщо традиційно пріоритет надавався переважно класичним критеріям якості, то сучасні вимоги до автоматичного керування все більше акцентують увагу на побудові оптимальних регуляторів. Ця еволюція зумовлена нагальною потребою забезпечити надійне та ефективне функціонування виробничих систем у складних умовах. Це включає врахування невизначеності параметрів сировини, обмеженість керуючих впливів та зростаючі вимоги до енергоефективності та мінімізації відходів продукції.

Потужні обчислювальні ресурси сучасних ПЛК та промислових комп'ютерів відкривають реальну можливість для практичного застосування законів оптимального керування, таких як: LQR (Лінійно-Квадратичний Регулятор), MPC (Моделно-Прогнозуюче Керування), навчання з підкріпленням (Reinforcement Learning, RL).

Незважаючи на суттєві відмінності в підходах та областях застосування, при реалізації в цифрових системах усі перелічені методи (LQR, MPC, RL) опираються на спільний теоретичний фундамент – динамічне програмування та рівняння Белмана. Це об'єднує їх у рамках єдиної парадигми оптимізації керування в часовій області.

Аналіз існуючих рішень

Один із найпростіших та найпоширеніших методів регулювання температури в крафтових сироварнях – двопозиційний (релейний, on/off) регулятор. Його головна перевага – відсутність математичної моделі ОК. Основним недоліком є низька якість регулювання. Наприклад, у режимі заквашування спостерігаються коливання температури від 44,5°C до 41,8°C при заданому значенні 42,0°C. Для компенсації цього недоліку часто застосовують додаткові програмні рішення: від умов попереднього

відключення за температурою води в зовнішньому баку до аварійного скидання теплової енергії через клапан подачі холодної води.

Для систем із аналоговим сигналом керування найпоширенішим є ПІД-регулятор [1, 2]. За відсутності математичної моделі ОК його коефіцієнти часто підбирають емпірично. Однак для оптимального синтезу ПІД-регулятора наявність математичної моделі є обов'язковою [3]. В даній задачі ОК розглядається як система з одним входом та одним виходом (Single Input – Single Output, SISO), де вхідний сигнал – потужність нагрівача, а вихідний – температура молокопродукту.

Для моделювання теплових процесів зазвичай використовується передавальна функція (ПФ) невисокого (найчастіше першого чи другого) порядку з транспортним запізненням. Серед простих та ефективних методів визначення параметрів передавальної функції ОК такого типу є ідентифікація за перехідною характеристикою (step-response identification) [4]. Цей метод передбачає подачу усталеного значення керуючого сигналу u_s для виходу системи на сталий режим. Однак його не можна застосувати для крафтової сироварні, оскільки час виходу на усталений режим становить близько 12 годин, що є неприйнятно великим для практичного використання.

Методи вирішення задачі

Оптимальна SISO-система з PID-регулятором

В даній роботі для SISO ідентифікації було використано функцію procest пакету System Identification Toolbox середовища MATLAB [5]. Точність ідентифікації залежить від інформативності вхідного сигналу та тривалості експерименту. Найвищу інформативність має вхідний сигнал у вигляді «білого шуму», проте його генерація та застосування є проблематичними з практичної точки зору. Тому як для SISO-ідентифікації, так і для подальшої МІМО-ідентифікації використовувався простий тестовий східчастий сигнал з переходом за 3 хвилини в максимальне значення.

Суттєвим обмеженням подання ОК у вигляді SISO-передавальної функції є вимога нульових початкових умов. При моделюванні передбачається, що температура води та молока на початку процесу дорівнює температурі навколишнього повітря, яка приймається за початок відліку (нуль) системи координат. Це обмеження робить неможливою онлайн-ідентифікацію на старті процесу пастеризації, оскільки вимагає попереднього «вирівнювання» температури рідин до температури повітря, що є неприйнятним з практичної точки зору.

Результати дослідження виявили суттєву залежність точності ідентифікаційної моделі від тривалості ідентифікації T_{id} . В табл.1 представлені отримані значення статичного коефіцієнта підсилення K_p та інтегральної середньоквадратичної помилки (Integral Squared Error, ISE) під час верифікації моделі. Прийнятна точність досягається лише за тривалість часу не менше 35 хвилин. Отже, цей підхід не дозволяє побудувати

модель ОК до початку фази регулювання, що ще раз підтверджує неможливість онлайн-ідентифікації на етапі запуску процесу пастеризації. Проте для синтезу неадаптивного ПД-регулятора можливе проведення серії офлайн-випробувань з високоінформативними вхідними сигналами для отримання достатньо точної моделі ОК.

Таблиця 1.

Залежність K_p та ISE від структури моделі та часу ідентифікації

Структура	Tid = 1900		Tid = 2100		Tid = 2400		Tid = 2600	
	K_p	ISE	K_p	ISE	K_p	ISE	K_p	ISE
P2	25,62	99500	18,37	137,8	18,5	141	18,54	143,7
P1D	23,26	3664	21,8	1952	20,59	902	20,16	610,2
P3D	19,94	408	18,4	47	19,34	279	19,25	217,4
P3ZD	19,91	436	18,57	44	19,14	117	19,07	98,06

Найкращий результат ідентифікації показала структура P3ZD. Отримана передавальна функція моделі ОК має вигляд:

$$W(s) = 18.54e^{-72s} \frac{14.52s + 1}{(10718s + 1)(40s + 1)(10.2s + 1)}$$

Для синтезу цифрового ПД-регулятора ОК представлено дискретною ПФ, отриманою за допомогою модифікованого z-перетворення (метод Zero-Order Hold, ZOH). Час дискретизації $T_s = 2$ сек. Регулятор задано в паралельній формі:

$$C(z) = P + I \cdot T_s \frac{1}{z - 1} + D \frac{N}{1 + N \cdot T_s \frac{1}{z - 1}}, \#(1)$$

Враховуючи обмеження керуючого сигналу, в ПД-регуляторі (1) реалізовано захист від перевищення (Anti-Windup). Замкнена система в цих умовах не може бути аналізована в рамках класичної теорії лінійних систем.

Пошук оптимальних коефіцієнтів регулятора P , I , D та значення фільтру похідної N , що мінімізують інтегральну квадратичну помилку керування (control error ISE), не є випуклою задачею оптимізації (convex optimization) і тому не може гарантувати глобальний мінімум. В залежності від початкової точки оптимізації рішення може набувати релейний характер поведінки системи (наприклад, при $P = 15$, П-регулятор працює майже як on/off-регулятор з гістерезисом 1°C).

В результаті стохастичного градієнтного пошуку отримані наступні параметри ПД-регулятора: $P = 4.5$, $I = 0.0032$, $D = 2.25$, $N = 0.92$. Під час верифікації замкненої системи поведінка моделі ОК та реального технологічного процесу за нульових початкових умов демонструє високу ступінь збіжності.

На рис.1 представлена робота замкненої системи при температурі повітря 26°C та ненульових початкових умовах: температура молока 8°C , температура води 94°C (попередньо розігрітий бак).

Після ідентифікації ОК та пошукової оптимізації параметрів ПІД-регулятора досягнуто ефективне регулювання. Сигнал керування демонструє логічно обґрунтований вигляд: максимальна потужність нагрівача на етапі розігріву, завчасне зниження керуючого впливу (на графіку – при досягненні температури молока 61.5°C), що суттєво зменшило перерегулювання.

До недоліків можна віднести:

- зашумленість сигналу керування (через вплив диференціальної складової);
- наявне перерегулювання 1.5°C;
- необхідність використання тривалої ідентифікації та складних пошукових алгоритмів, що унеможливило синтез адаптивної системи.

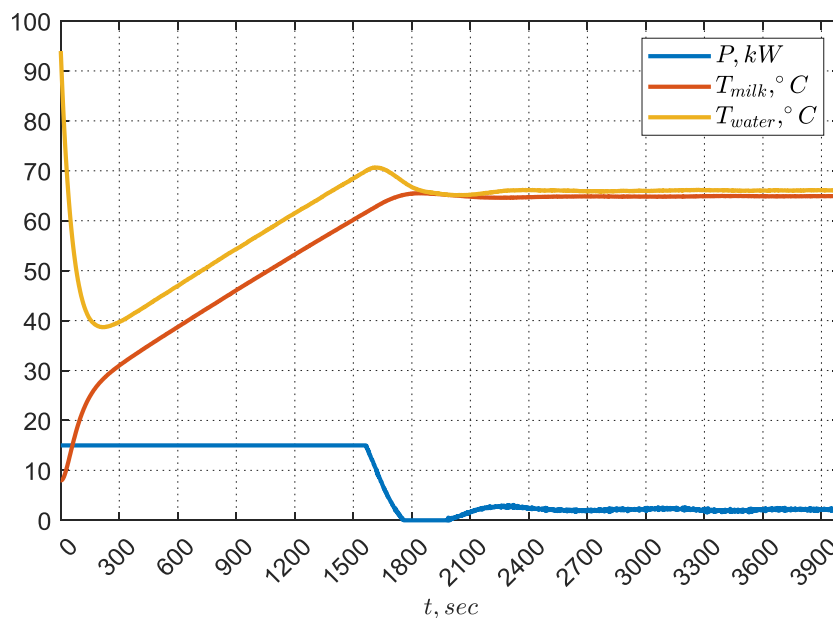


Рисунок 1. Вихід на режим в замкненій системі з ПІД-регулятором

Алгоритми оптимального керування для МІМО-системи

Для синтезу LQR, MPC регуляторів, необхідна математична модель ОК в дискретному просторі станів (Discrete State Space, DSS):

$$\begin{cases} x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + w_t, \\ y_t = Cx_t + Du_t + v_t, \\ z_t = Fy_t, \end{cases} \quad \#(2)$$

де $x \in \mathbb{R}^n$ – вектор станів; $u \in \mathbb{R}^p$ – вектор входних впливів; $y \in \mathbb{R}^q$ – вектор вихідних змінних; $z \in \mathbb{R}^f$ – вектор цільових змінних; $w \in \mathbb{R}^n$ – вектор збурень; $v \in \mathbb{R}^q$ – шум за каналами вимірювань. Відповідно n – розмірність простору станів; p – кількість входів; q – кількість вимірюваних виходів. Коефіцієнти ОК задані матрицями: $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – матриця системи, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ – матриця входів (керування, збурення), $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ – матриця виходів (спостереження), $D \in \mathbb{R}^{q \times p}$ – матриця прямого зв'язку, $F \in \mathbb{R}^{f \times q}$ – матриця формування цілі.

Для пастеризаційної установки вектор вхідних впливів u_t можна розділити на складові керування: u_t^c (потужність нагрівача) та збурення: u_t^d (температура повітря). Матриця вхідів відповідно розділяється на: $B = [B_c, B_d]$.

Математичну модель ОК у просторі станів (2) отримано за допомогою white-box та gray-box методів ідентифікації. Метод white-box базується на розрахунках з використанням рівнянь, що описують фізичні процеси. Як зазначалося раніше, динаміку пастеризаційної установки можна наближено описати однорідними лінійними диференціальними рівняннями вищих порядків зі зосередженими параметрами. У рамках white-box підходу запропоновано використати спрощену модель у вигляді системи другого порядку, побудованої на основі принципу енергетичного балансу:

$$\begin{cases} m_m c_m \frac{dT_m}{dt} = h_{wm}(T_w - T_m) - h_{ma}(T_m - T_a) \\ m_w c_w \frac{dT_w}{dt} = h_{wm}(T_m - T_w) - h_{wa}(T_w - T_a) + P \end{cases} . \#(3)$$

З рівняння (3) отримуємо представлення ОК в вигляді неперервної в часі математичної моделі в просторі станів (Continuous State Space, CSS):

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{T}_m \\ \dot{T}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-h_{wm} - h_{ma}}{m_m c_m} & \frac{h_{wm}}{m_m c_m} \\ \frac{h_{wm}}{m_w c_w} & \frac{-h_{wm} - h_{wa}}{m_w c_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m \\ T_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{h_{ma}}{m_m c_m} \\ 1 & \frac{h_{wa}}{m_w c_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ T_a \end{bmatrix} \\ y = x \\ z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} y \end{cases} . \#(4)$$

Для подальшого представлення (4) в дискретному часі (2) використовується Zero-Order Hold – перетворення.

Головною перевагою методу white-box є проста структура отриманої моделі. Як змінні стану використовуються безпосередньо вимірювані фізичні показники: температура молока T_m та температура води T_w , що дозволяє реалізувати систему керування без застосування спостерігача станів. Однак, навіть за умови, що всі коефіцієнти (4) відомі точно, верифікація виявляє низьку відповідність моделі реальному ОК. При використанні моделі вищого порядку виникають стани, що не мають фізичного змісту, та не можуть бути виміряні напряму. В такому разі для подальшого практичного використання необхідно додавати спостерігач станів, що значно погіршує робастність системи. Проте, як показали подальші дослідження, навіть груба white-box модель ОК дозволяє отримати задовільні результати при синтезі LQR та MPC регуляторів.

Ефективною альтернативою є використання методу gray-box. Цей метод поєднує апіорну white-box модель з апостеріорною оптимізацією її фізичних параметрів. Під час ідентифікації регулювання вимкнено, а на вхід ОК подається тестовий східчастий сигнал (аналогічно до SISO-підходу) тривалістю 3 хвилини з переходом в максимальну амплітуду (рис. 2). На відміну від SISO-методу, gray-box підхід вимагає

меншого часу експерименту. За 15 хвилин, алгоритм накопичує достатню кількість даних для побудови адекватної DSS моделі. Це забезпечує наявність резерву часу для подальшого переходу до режиму регулювання, що дозволяє проводити ідентифікацію на початку кожного циклу пастеризації. Такий алгоритм дозволяє врахувати змінність властивостей молока (маса, теплоємність), компенсувати вплив паразитної динаміки, отримати більш точну модель та, як наслідок, кращі показники регулювання.

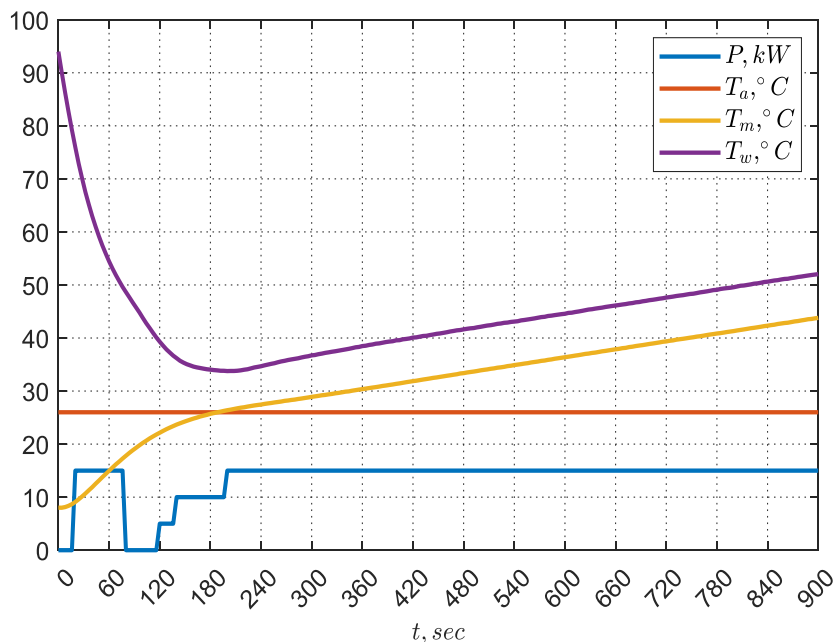


Рисунок 2. Данні, отримані в процесі ідентифікації: потужність нагрівача (P), температури повітря (T_a), молока (T_m), води (T_w)

На відміну від ідентифікації за допомогою передавальних функцій, МІМО-ідентифікація у просторі станів дозволяє враховувати ненульові початкові умови. Це усуває необхідність «вирівнювання» початкових температур (як у випадку ідентифікації передавальною функцією), що дає змогу скоротити загальний час пастеризації, оскільки молоко можна заливати в попередньо розігрітий бак.

В результаті ідентифікації отримані наступні моделі в DSS:

– white-box модель (WBM):

$$A = \begin{bmatrix} 0.9787 & 0.02094 \\ 0.0679 & 0.9315 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.0003691 & 0.0003641 \\ 0.03351 & 0.0005676 \end{bmatrix};$$

– gray-box модель (GBM):

$$A = \begin{bmatrix} 0.9880 & 0.01175 \\ 0.0482 & 0.9511 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.0002120 & 0.0002825 \\ 0.03484 & 0.0005494 \end{bmatrix}.$$

Отримані моделі мають різні статичні коефіцієнти підсилення та власні числа матриці системи. Помилки ідентифікації (різниця між виходом ОК та DSS моделей) для WBM та GBM представлені на рис. 3. Як видно з графіку - метод gray-box «уточнює»

статичний коефіцієнт підсилення, що зводить помилку ідентифікації в усталеному режимі до нуля та оптимізує динамічні властивості моделі.

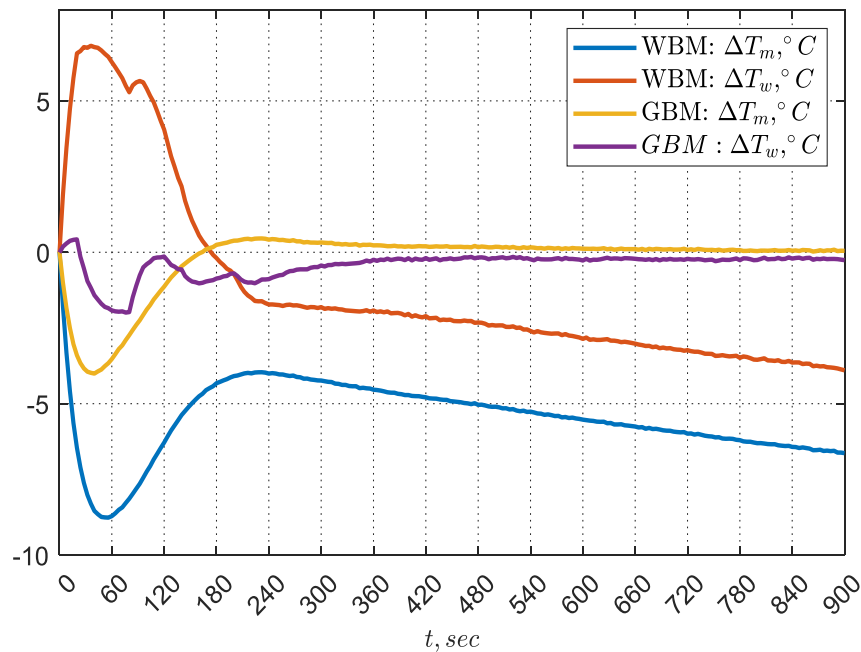


Рисунок 3. Помилки ідентифікації: WBM та GBM

Ключовою задачею системи керування є мінімізація помилки регулювання e_t , яка визначається як різниця між завданням r_t та цільовим параметром z_t (температура молока):

$$e_t = r_t - z_t, \#(5)$$

Для процесів пастеризації та підтримки температури під час заквашування, значення r_t можна розглядати як наперед відому константу r , що значно спрощує синтез регулятора. Критерій оптимальності в даному випадку можна представити в загальному вигляді як:

$$\min_{u_t} E \left[\sum_{t=0}^T e_t^T Q_t e_t + \bar{u}_t^T R_t \bar{u}_t \right], \#(6)$$

де $\bar{u}_t$ – відхилення сигналу керування u_t від усталеного значення u_s , а $Q_t \geq 0$ та $R_t \geq 0$ – симетричні невід’ємно визначені (positive semi-definite) матриці ваги. В переважній більшості Q_t та R_t – або стаціонарні, або окремо виділяються тільки термінальні значення Q_T та R_T . Необхідно зазначити, що саме при $R_t = 0$ умова (6) виглядає як пошук оптимального керування для мінімізації інтегральної квадратичної помилки керування. Проте, як показано нижче, на практиці використовується додатно визначена (positive-definite) матриця $R_t > 0$, яка розглядається як гіперпараметр налаштування регулятора.

Умову (6) можна формалізувати у вигляді задачі лінійно-квадратичного регулювання (LQR) для скінченного ($T < \infty$) та нескінченного ($T \rightarrow \infty$) горизонтів часу (tracking finite-time/infinite-time LQR).

В рамках лінійних систем (за відсутністю обмежень на сигнали керування та стани) оптимальне керування для tracking LQR може бути знайдене аналітично шляхом

розв'язання рівняння Белмана в вигляді:

$$u_t^* = M_t r - K_t x_t, \#(7)$$

де - $M_t r$ – пряма складова (feed-forward) керування; - $K_t x_t$ – зворотний зв'язок за повним станом (full state feedback) із нестационарним (time-variant) коефіцієнтом підсилення K_t .

Матриця M_t також нестационарна (тому що залежить від змінних в часі коефіцієнту підсилення та температури повітря), та призначена для забезпечення одиничного статичного коефіцієнта підсилення замкненої системи.

При стаціонарних вагових матрицях Q, R - значення K_t знаходиться методом зворотної індукції, як результат розв'язання задачі динамічного програмування (рівняння Белмана):

$$K_t = (R + B^T P_{t+1} B)^{-1} B^T P_{t+1} A x_t, \#(8)$$

$$P_{t-1} = Q + A^T P_t A - A^T P_t B (R + B^T P_t B)^{-1} B^T P_t A, \quad P_T = Q. \#(9)$$

Для infinite-time LQR, при $T \rightarrow \infty$, рівняння (8) завжди сходиться до K_∞ яке також можна знайти розв'язанням стаціонарного дискретного рівняння Ріккати. Закон керування (7) може бути спрощеним до:

$$u_t^* = M_\infty r - K_\infty x_t, \#(10)$$

Задачі зі скінченним горизонтом часу мають практичне значення для модельно-прогнозуючого керування (MPC). Кожен момент часу t заходиться оптимальне керування на T кроків вперед, проте до виходу регулятора подається лише оптимальне значення для поточного часу. Таким чином закон керування (7) для MPC спрощується до:

$$u_t^* = M_0 r - K_0 x_t, \#(11)$$

Наявність обмежень на сигнали керування унеможливорює пряме застосування класичної теорії лінійних систем для розв'язання задач infinite-time LQR та MPC, які описуються рівняннями (8)-(11). У такому випадку задача MPC вимагає чисельного розв'язку. Один із найпростіших підходів реалізовано за допомогою бібліотеки CVXPY для Python [6]: це формулювання критерію оптимізації (6) при заданих обмеженнях, які включають рівняння динаміки (2) та систему нерівностей для обмежень сигналів керування.

В рамках даного дослідження для розв'язання задачі MPC використано функцію quadprog з MATLAB. Для цього задача MPC була сформульована як задача квадратичного програмування (quadratic programming, QP) відносно вектору майбутніх значень сигналу керування u_f .

$$z_f = T_x x_t + T_u u_f, \#(12)$$

$$Q = \text{diag}(Q, Q, \dots, Q), \#(13)$$

$$R = \text{diag}(R, R, \dots, R), \#(14)$$

$$H = T_u^T Q T_u + R, \#(15)$$

$$q = (T_x x_t)^T Q T_u - r Q T_u - u_s^T R u_s, \#(16)$$

$$u_f^* = \text{quadprog}(H, q, [\sim], [\sim], [\sim], [\sim], u_{\min}, u_{\max}). \#(17)$$

В рівнянні (12) динаміка системи представлена у вигляді лінійного перетворення, що зв'язує вектор майбутніх (з заданим горизонтом часу T) значень керування $u_f = [u_t, u_{t+1}, \dots, u_{t+T}]$ та поточний стан x_t з вектором прогнозованих значень цільового виходу $z_f = [z_t, z_{t+1}, \dots, z_{t+T}]$ (температура молока). Рівняння (13) та (14) описують формування блочно-діагональних вагових матриць Q, R . У рівняннях (15,16) формуються допоміжні матриці H, q для подальшого розв'язку задачі QR (17). Векторами u_{min}, u_{max} задаються обмеження сигналу керування (0-15 кВт). Як було зазначено вище, з отриманого оптимального вектору майбутніх сигналів керування u_f^* до виходу контролера MPC подається тільки поточне значення:

$$u_t = u_f^*(0). \#(18)$$

Важливо відмітити, що алгоритм роботи MPC-контролера підтримки температури крафтової сироварні можна формалізувати як функцію, аргументами якої є поточний стан x_t (температури молока та води) та збурення u_t^d (температура повітря):

$$u_t^* = f_{MPC}(x_t, u_t^d), \#(19)$$

В результаті дослідження було доведено, що (19) можна представити у вигляді афінної залежності від поточного стану з подальшим обмеженням «знизу і зверху» (конструкція $\min[\max[f, u_{min}], u_{max}]$) сигналу керування:

$$u_t^* = \min[\max[b(r, u_t^d) + K(r, u_t^d)x_t, u_{min}], u_{max}]. \#(20)$$

Враховуючи, що під час пастеризації та заквашування температура повітря та завдання не змінюються, коефіцієнти $b(r, u_t^d), K(r, u_t^d)$ можна вважати константами. Сам закон оптимального керування набуває схожості з (10), (11).

Як було зазначено вище характер керування залежить від співвідношення вагових коефіцієнтів Q та R . Приймаючи $Q = 1$, можна розглядати R як гіперпараметр. На рис.4 показана залежність функції керування від значення R .

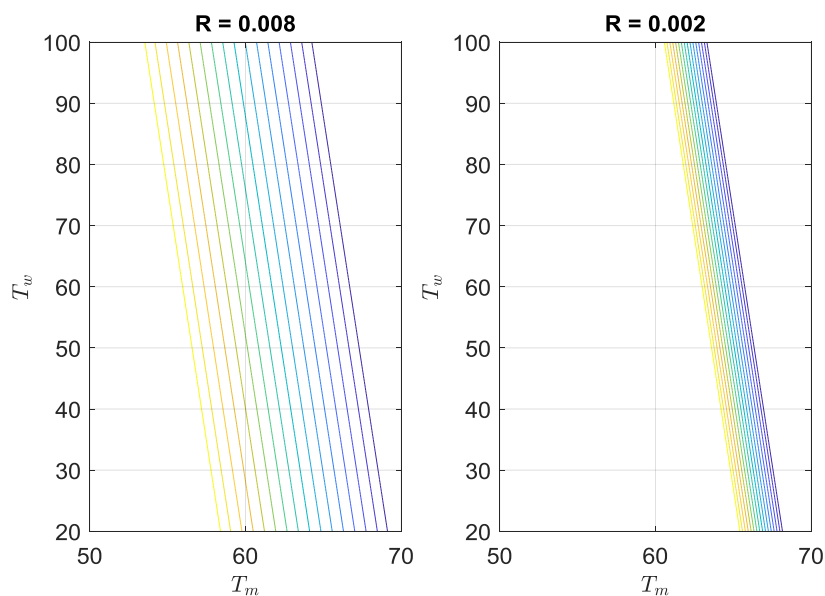


Рисунок 4. Залежність функції керування MPC від значення R

При $R \rightarrow 0$ збільшуються коефіцієнти зворотного зв'язку, що призводить до зменшення робастності системи. Саме керування наближається до on/off регулятора. При збільшенні R покращується робастність системи, але затягується час виходу на усталений режим (збільшується динамічна помилка регулювання).

Під час експерименту знайдене субоптимальне значення $R = 0.004$. На рис. 5 зображено роботу MPC з ОК (*plant*) та моделлю (*model*). Відмінності відповідних сигналів майже не помітні.

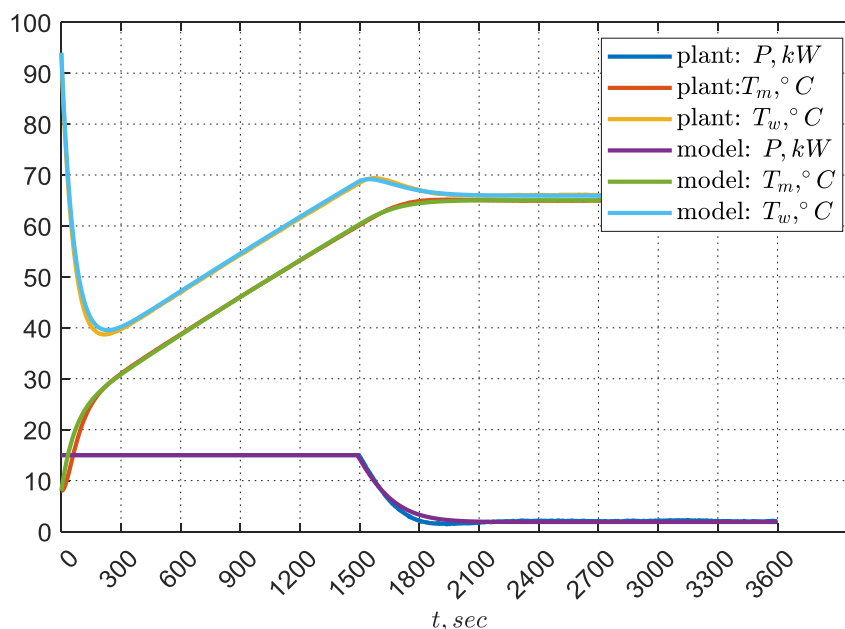


Рисунок 5. Результат роботи MPC з ОК та моделлю

Висновки

У даній роботі досліджено методи синтезу неперервного за рівнем оптимального керування. Були розглянуті ПД, LQR та MPC регулятори. Усі розглянуті методи потребують попередньої побудови математичної моделі (ідентифікації) системи підтримки температури в крафтовій сироварні.

Для синтезу ПД-регулятора використовувалася модель ОК у вигляді передавальної функції, що отримана за допомогою функції *procest* у MATLAB. Для LQR та MPC була отримана дискретна модель у просторі станів (DSS) з використанням *white-box* та *gray-box* підходів до ідентифікації.

Найкращі результати регулювання було досягнуто за допомогою MPC-контролера та *gray-box*-ідентифікації. Розроблений алгоритм дозволяє оновлювати модель на початку кожного циклу пастеризації, що дозволяє зменшити невизначеності ОК. Для зменшення обчислювального навантаження рішення задачі оптимізації (20) може бути знайдено заздалегідь. Для моделі другого порядку достатньо трьох опорних значень стану x_t з лінійної області.

Задовільні результати також показав лінійний LQR-регулятор (10), (11) із наступним обмеженням керуючого сигналу за аналогією з (20).

Як для MPC так і для LQR робастність системи залежить від співвідношення вагових матриць Q та R . Збільшення R веде до відхилення від критерію мінімуму помилки регулювання, але водночас підвищує робастність системи, що є важливим компромісом з огляду на невизначеності ОК.

Експериментально підтверджено, що для подальших розрахунків можна використовувати грубу white-box модель. Однак це може мати сенс лише для економії обчислювальних ресурсів на етапі gray-box оптимізації, що є малоймовірним у практичній реалізації.

Найгірші результати продемонстрував ПІД-регулятор. Проблеми виникли як на етапі ідентифікації моделі, так і під час пошуку оптимальних коефіцієнтів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Adegbola, O. A., Ojo, E. K., & Aborisade, O. D. A review on optimal temperature control of milk pasteurization using extremum seeking based proportional integral derivative controller // FUOYE Journal of Engineering and Technology – 2022 - 7.1 – pp. 47-52.
2. Alamirew, T., Balaji, V., & Gabbeye, N. Comparison of PID controller with model predictive controller for milk pasteurization process // Bulletin of Electrical Engineering and Informatics – 2017. - 6.1 - pp. 24-35.
3. S. Singh, V. Singh, A. Rani, and J. Yadav. Optimization of PID controller based on various tuning methods // 2023 International Conference on Power, Instrumentation, Energy and Control (PIECON) – 2023. - pp. 1–6.
4. Тюляков Д.І., Луцька Н.М. Дослідження точності ідентифікаційних моделей та їх впливу на систему керування // Енергетика і автоматика – 2024. – № 4. – С. 39-55. [http://dx.doi.org/10.31548/energiya4\(74\).2024.039](http://dx.doi.org/10.31548/energiya4(74).2024.039)
5. MathWorks, Inc. System Identification Toolbox User's Guide [Електронний ресурс] // MathWorks.com. – 2025. – Режим доступу: <https://www.mathworks.com/help/ident/ug/system-identification.html>
6. CVXPY User Guide [Електронний ресурс] // [cvxpy.org](https://www.cvxpy.org/tutorial/) – 2025. – Режим доступу: <https://www.cvxpy.org/tutorial/>