

## **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВА ОРИЕНТИРУЮЩИХ ДВИЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОДСТВА ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ГПС**

### **Введение**

Современное состояние промышленного и экономического развития Украины в значительной мере определяется технологическим уровнем автоматизации машиностроения, внедрением в различных сферах производства промышленных роботов (ПР) и гибких производственных систем (ГПС). Для современного отечественного машиностроения, являющегося основой научно-технического прогресса, характерно значительное возрастание объемов продукции, выпускаемой в условиях единичного, мелкосерийного и серийного производств. Эти обстоятельства являются следствием стремительных темпов развития конструкций изделий, увеличения их номенклатуры и частой сменяемостью.

Решить сложнейшие задачи, которые стоят перед отечественной промышленностью, можно лишь на основе значительного сокращения сроков технологической подготовки производства, внедрения современного технологического оборудования, в том числе, промышленных роботов и гибких производственных систем. В современных условиях решающее значение приобретает обеспечение гибкости производственных систем, способных быстро перестраиваться на выпуск новой продукции. Несомненно, что в свете новых технических и технологических возможностей, необходимо взглянуть с принципиально новых позиций на вопросы технологической подготовки производства и проектирования ГПС [1 — 3].

Данная статья посвящена комплексу работ, выполняемых авторами в соответствии с государственной научно-технической программой “Высокоэффективные технологические процессы в машиностроении”.

### **Постановка задачи**

Определение состава ориентирующих движений (СОД), необходимых для перевода объекта производства (ОП) из его начального ориентированного положения (НОП) в конечное ориентированное положение (КОП), является одной из важнейших задач при проектировании роботизированных технологических процессов [4–7].

Существующие методы определения состава ориентирующих движений, основанные на табличном [4, 5, 7], цифровом [8] и конечно-автоматном [9] представлении процесса ориентирования, не являются универсальными по механизму определения состава ориентирующих движений для ориентируемого ОП (ООП), что не позволяет разработать достаточно компактный и лаконичный алгоритм определения состава

© В.И. Костюк, А.А. Стенин, С.В. Лапковский, М.А. Солдатова, 2004

ориентирующих движений. Точное и, в тоже время, лаконичное описание НОП и КОП объекта манипулирования — необходимое условие построения алгоритма определения СОД.

Наиболее удачным способом определения СОД является способ, описанный в [10]. Однако и этот способ не лишен недостатков. Основной его недостаток заключается в том, что он предусматривает определение СОД для случая, когда перевод ООП из НОП в КОП возможен лишь при помощи поворотов на углы, кратные  $90^\circ$ . На самом же деле существует множество компоновок робототехнических комплексов (РТК), у которых локальные системы координат металлорежущего станка, ПР, подающего устройства и приемного устройства готовых деталей расположены под произвольными углами (рис. 1), что обуславливает любое положение ООП в пространстве (рис. 2).

### **Предлагаемый способ описания положения ООП в пространстве**

Так как одной из особенностей процесса загрузки оборудования или сборки является такая кинематическая характеристика, как направление манипуляционных движений, то в качестве смысловых единиц терминов описания НОП и КОП ООП целесообразно использовать операторы координатных направлений (ОКН), которые являются идентификаторами единичных векторов элементарных перемещений, реализуемых схватом робота вдоль или вокруг координатных осей [11]. При этом ОКН дают обобщенную характеристику процесса ориентирования на уровне кинематики.

Начальное и конечное ориентированные положения ОП предлагается описывать в виде алфавитной конструкции “ $X(\alpha_x)Y(\alpha_y)Z(\alpha_z)$ ”, в которой каждый из трех углов  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  и  $\alpha_z$  определяет относительное положение осей локальной системы координат ООП относительно абсолютной системы координат  $X^A Y^A Z^A$  (рис. 3). Таким образом, косинусы углов  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  и  $\alpha_z$  являются направляющими косинусами локальной системы координат.

### **Определение состава ориентирующих движений**

В общем случае перевод ООП из НОП в КОП, т.е. ориентирование ОП, осуществляется комбинацией поворотов ОП вокруг абсолютной системы координат  $X^A Y^A Z^A$ . Углы, которые описывают вращения вокруг трех осей абсолютной системы координат (углы  $\varphi$ ,  $\theta$  и  $\psi$  на рис. 3) — это известные из курса математики углы Эйлера [12]. Необходимо отметить, что в различных областях техники углы Эйлера называют по-разному [12, 13]. В робототехнике обычно пользуются понятиями углов чистого вращения, прецессии и нутации [13].

Значения углов Эйлера как раз и будут нести информацию об искомом составе ориентирующих движений. Таким образом, чтобы определить СОД, необходимо решить задачу определения значений углов Эйлера.

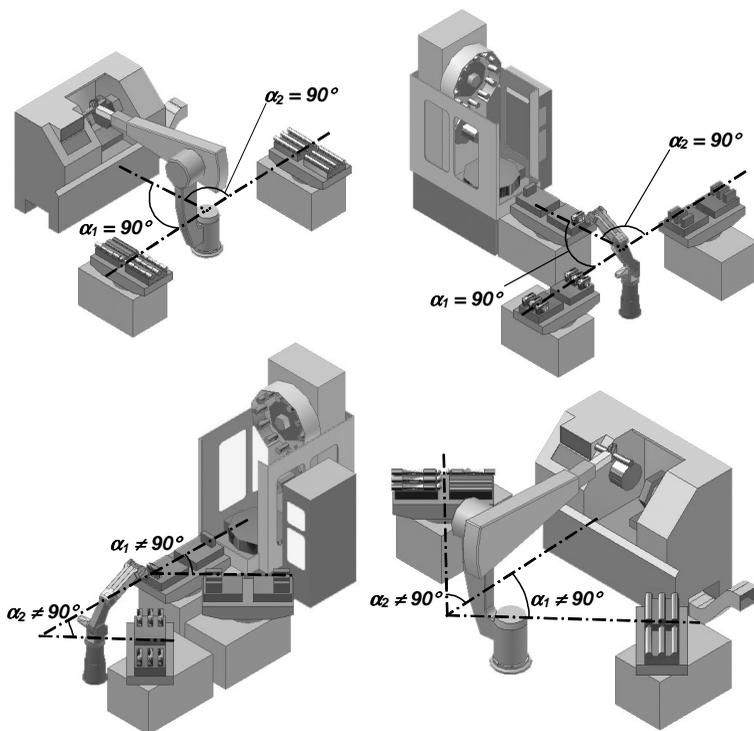


Рис. 1 – Примеры взаимных положений элементов РТК

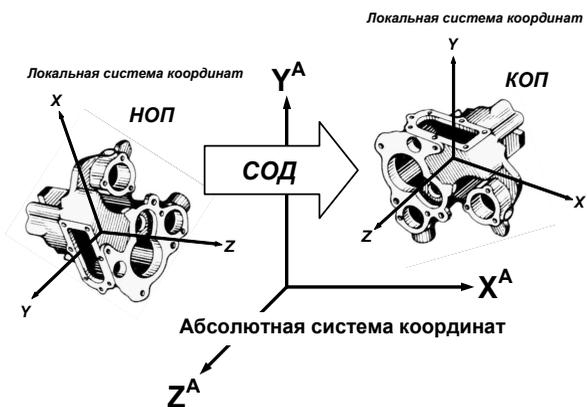


Рис. 2 – Наиболее общий случай НОП и КОП ОП

Величины углов Эйлера предлагается определять следующим образом. Матрицы  $\Phi$ ,  $\Theta$  и  $\Psi$  описывают собственные вращения в трехмерном евклидовом пространстве относительно координатных осей  $X^A$ ,  $Y^A$  и  $Z^A$  соответственно [12]:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

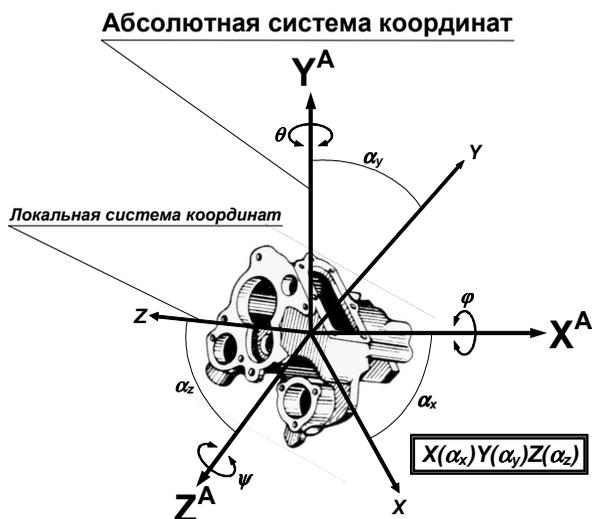


Рис. 3 – Описание НОП и КОП ОП в пространстве

Матрица  $A$ , описывающая вращение относительно трех осей  $X^A$ ,  $Y^A$ ,  $Z^A$ , определяется как произведение трех матриц, каждая из которых описывает вращение вокруг одной оси абсолютной системы координат. Индекс у символа  $A$  обозначает последовательность производимых поворотов.

$$A_{\Phi, \Theta, \Psi} = \Phi \cdot \Theta \cdot \Psi \quad (4)$$

$$A_{\Phi, \Psi, \Theta} = \Phi \cdot \Psi \cdot \Theta \quad (5)$$

$$A_{\Psi, \Phi, \Theta} = \Psi \cdot \Phi \cdot \Theta \quad (6)$$

$$A_{\Theta, \Psi, \Phi} = \Theta \cdot \Psi \cdot \Phi \quad (7)$$

$$A_{\Theta, \Phi, \Psi} = \Theta \cdot \Phi \cdot \Psi \quad (8)$$

$$A_{\Phi, \Theta, \Psi} = \Phi \cdot \Theta \cdot \Psi \quad (9)$$

В результате действий, описываемых выражениями (4)–(9), получаем результирующую матрицу  $A$ , описывающую положение осей локальной системы координат  $XYZ$ , связанной с ориентируемой деталью, относительно осей абсолютной системы координат  $X^A Y^A Z^A$  [12]:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{XX^A} & \cos \alpha_{XY^A} & \cos \alpha_{XZ^A} \\ \cos \alpha_{YX^A} & \cos \alpha_{YY^A} & \cos \alpha_{YZ^A} \\ \cos \alpha_{ZX^A} & \cos \alpha_{ZY^A} & \cos \alpha_{ZZ^A} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Элементы, расположенные на главной диагонали полученной матрицы, являются не чем иным, как косинусами углов между одноименными осями локальной и абсолютной систем координат, т.е., направляющими косинусами осей локальной системы координат. Для удобства примем следующие обозначения:

$$\cos \alpha_x = \cos \alpha_{XX^A}, \quad (11)$$

$$\cos \alpha_y = \cos \alpha_{YY^A}, \quad (12)$$

$$\cos \alpha_z = \cos \alpha_{ZZ^A}. \quad (13)$$

Подставив значения выражений (1)–(3) в (4)–(9), окончательно получаем:

$$A_{\Phi, \Theta, \Psi} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \\ \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) + \cos(\varphi) \cdot \sin(\psi) \\ \sin(\varphi) \cdot \sin(\psi) - \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) \\ - \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) & \sin(\theta) \\ \cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) - \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) & - \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \\ \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\psi) & \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$A_{\Phi, \Psi, \Theta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \\ \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) + \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \\ \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) - \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \\ - \sin(\psi) & \sin(\varphi) \cdot \cos(\psi) \\ \cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) & \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) - \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \\ \sin(\varphi) \cdot \cos(\psi) & \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) + \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$A_{\Psi, \Phi, \Theta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) - \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) \\ \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) + \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) \\ -\cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \\ -\cos(\varphi) \cdot \sin(\psi) & \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) \\ \cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) & \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) - \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$A_{\Psi, \Theta, \Phi} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) & \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) - \cos(\varphi) \cdot \sin(\psi) \\ \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) & \cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) + \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) \\ -\sin(\theta) & \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \\ \sin(\varphi) \cdot \sin(\psi) + \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) \\ \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) - \sin(\varphi) \cdot \cos(\psi) \\ \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$A_{\Theta, \Psi, \Phi} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) & \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) - \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) \\ -\sin(\theta) \cdot \cos(\psi) & \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) + \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \\ \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) + \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \\ -\sin(\varphi) \cdot \cos(\psi) \\ \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) - \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$A_{\Theta, \Phi, \Psi} = \begin{bmatrix} \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) + \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \\ \cos(\varphi) \cdot \sin(\psi) \\ \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) - \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) \\ \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) - \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) & \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta) \\ \cos(\varphi) \cdot \cos(\psi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) + \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) & \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Проанализировав выражения (14)–(19), можно сделать вывод, что значения направляющих косинусов  $\cos \alpha_x$ ,  $\cos \alpha_y$  и  $\cos \alpha_z$  можно определять, пользуясь следующим выражением:

$$\cos \alpha_{i,j,k} = \cos \gamma_j \cdot \cos \gamma_k + 2^{-\lfloor j/2 \rfloor} \cdot \text{sign}\{(j-i) \cdot (k-j) \cdot (i-k)\} \times \\ \times |(n-1) \cdot (n-3)| \cdot \sin \gamma_i \cdot \sin \gamma_j \cdot \sin \gamma_k, \quad (20)$$

где  $i, j, k$  — номера координатных осей абсолютной системы координат, относительно которых совершается соответственно первый, второй и третий повороты,  $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3; k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k; \gamma_i, \gamma_j, \gamma_k$  — значения углов Эйлера, соответствующих осям  $i, j$  и  $k; \{ \dots \}$  — функция, определяющая дробную часть числового выражения;  $| \dots |$  — функция “модуль”, определяющая абсолютное значение числового выражения.

Значения самих углов  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  и  $\alpha_z$  будут находиться как арккосинусы направляющих косинусов.

Так для (14) получаем:

$$\alpha_x = \arccos(\cos \theta \cdot \cos \psi), \quad (21)$$

$$\alpha_y = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \psi - \sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi), \quad (22)$$

$$\alpha_z = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \theta). \quad (23)$$

Для (15) получаем:

$$\alpha_x = \arccos(\cos \theta \cdot \cos \psi), \quad (24)$$

$$\alpha_y = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \psi), \quad (25)$$

$$\alpha_z = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \theta + \sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi). \quad (26)$$

Для (16) получаем:

$$\alpha_x = \arccos(\cos \theta \cdot \cos \psi - \sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi), \quad (27)$$

$$\alpha_y = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \psi), \quad (28)$$

$$\alpha_z = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \theta). \quad (29)$$

Для (17) получаем:

$$\alpha_x = \arccos(\cos \theta \cdot \cos \psi), \quad (30)$$

$$\alpha_y = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \psi + \sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi), \quad (31)$$

$$\alpha_z = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \theta). \quad (32)$$

Для (18) получаем:

$$\alpha_x = \arccos(\cos \theta \cdot \cos \psi), \quad (33)$$

$$\alpha_y = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \psi), \quad (34)$$

$$\alpha_z = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \psi - \sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi). \quad (35)$$

Для (19) получаем:

$$\alpha_x = \arccos(\cos \theta \cdot \cos \psi + \sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi), \quad (36)$$

$$\alpha_x = \arccos(\cos \theta \cdot \cos \psi), \quad (37)$$

$$\alpha_z = \arccos(\cos \varphi \cdot \cos \theta). \quad (38)$$

Элементы главных диагоналей матриц (14) — (19), т. е., значения направляющих косинусов локальной системы координат, с учетом (20) можно представить в виде системы уравнений.

Для данного случая имеем следующие значения направляющих косинусов:

$$\cos \gamma_j \cdot \cos \gamma_k = \cos \alpha_i, \quad (39)$$

$$\cos \gamma_i \cdot \cos \gamma_k - \sin \gamma_i \cdot \sin \gamma_j \cdot \sin \gamma_k = \cos \alpha_j, \quad (40)$$

$$\cos \gamma_i \cdot \cos \gamma_j = \cos \alpha_k, \quad (41)$$

где  $i, j, k$  — номера координатных осей абсолютной системы координат, относительно которых совершается соответственно первый, второй и третий повороты,  $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3; k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k; \gamma_i, \gamma_j, \gamma_k$  — значения углов Эйлера, соответствующих осям  $i, j$  и  $k$ .

Из (39) получаем:

$$\cos \gamma_k = \frac{\cos \alpha_i}{\cos \gamma_j}. \quad (42)$$

Из (41) получаем:

$$\cos \gamma_j = \frac{\cos \alpha_k}{\cos \gamma_i}. \quad (43)$$

Подставив (43) в (42), получим:

$$\cos \gamma_k = \frac{\cos \alpha_i}{\cos \alpha_k} \cos \gamma_i. \quad (44)$$

Подставив (44) в (340 с учетом (42) и (43), после преобразований, получим:

$$\frac{\cos \alpha_i}{\cos \alpha_k} \cos^2 \gamma_i - \sin^2 \gamma_i \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha_k}{\cos^2 \gamma_i}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha_i}{\cos^2 \alpha_k} \cos^2 \gamma_i} = \cos \alpha_j. \quad (45)$$

После преобразований (45), получаем следующее биквадратное уравнение относительно  $\cos \gamma_i$ :

$$\begin{aligned} & \cos^4 \gamma_i \left( \frac{\cos^2 \alpha_i}{\cos^2 \alpha_k} - 2 \frac{\cos \alpha_i \cos \alpha_j}{\cos \alpha_k} + \cos^2 \alpha_i + 1 \right) + \\ & + \cos^2 \gamma_i (\cos^2 \alpha_j - \cos^2 \alpha_i - \cos^2 \alpha_k - 1) + \cos^2 \alpha_k = 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Решение данного уравнения дает следующие корни:

$$\gamma_{i1,2} = \arccos \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}, \quad (47)$$

$$\gamma_{i3,4} = 180^\circ - \arccos \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}, \quad (48)$$

где  $a = \frac{\cos^2 \alpha_i}{\cos^2 \alpha_k} - 2 \frac{\cos \alpha_i \cos \alpha_j}{\cos \alpha_k} + \cos^2 \alpha_i + 1$ ,  $b = \cos^2 \alpha_j - \cos^2 \alpha_i - \cos^2 \alpha_k - 1$ ,  $c = \cos^2 \alpha_k$ .

В соответствии с выражениями (42) и (43) определяются значения двух оставшихся углов Эйлера.

Далее из соображений минимального времени ориентирования выбираются окончательные значения углов Эйлера:

$$\frac{|\gamma_i|}{\omega_i} + \frac{|\gamma_j|}{\omega_j} + \frac{|\gamma_k|}{\omega_k} \rightarrow \min, \quad (49)$$

где  $i, j, k$  — номера координатных осей абсолютной системы координат, относительно которых совершается соответственно первый, второй и третий повороты,  $i = 1, 2, 3$ ;  $j = 1, 2, 3$ ;  $k = 1, 2, 3$ ;  $i \neq j \neq k$ ;  $|\dots|$  — функция “модуль”, определяющая абсолютное значение числового выражения;  $\omega_i, \omega_j, \omega_k$  — значения скоростей отработки промышленным роботом вращательных движений вокруг координатных осей  $i, j$  и  $k$ .

Данные значения углов  $\gamma_i, \gamma_j$  и  $\gamma_k$  и будут составом ориентирующих движений.

## Выводы

Предложенный способ определения состава ориентирующих движений и методика описания различных положений ОП может быть использована при проектировании роботизированных технологических процессов, в частности, при выборе вспомогательного технологического оборудования ГПС металлообработки и сборки.

## Литература

1. Технологические основы гибких производственных систем/ В.А.Медведев, В.П.Вороненко, В.Н.Брюханов и др.; Под ред. Ю.М.Соломенцева. — М.: Высш. школа, 2000. — 255 с.
2. Основы автоматизации машиностроительного производства/ Е.Р.Ковальчук, М.Г.Косов, В.Г.Митрофанов и др.; Под ред. Ю.М.Соломенцева. — М.: Высш. школа, 2001. — 312 с.
3. Проектирование автоматизированных участков и цехов/ В.П.Воронко, В.А.Егоров, М.Г.Косов и др.; Под ред. Ю.М.Соломенцева. — М.: Высш. школа, 2000. — 272 с.
4. Автоматизированные системы технологической подготовки робототехнического производства / Л.С. Ямпольский, О.М. Калинин, М.М. Ткач. — К.: Вища школа, 1987. — 271 с.
5. Гавриш А.П., Ямпольский Л.С. Гибкие производственные системы: Учебник. — К.: Вища школа, 1989. — 407 с.
6. Кирилович В.А., Лапковский С.В. Определение состава ориентирующих движений при автоматизированном проектировании роботизированных технологических процессов сборки// Праці Житомирського філіалу КПІ. Серія А. Техніка. Вип. 1. Житомир: ЖФ КПІ, 1993, С. 156 — 160.

7. Шабайкович В.А. Ориентирующие устройства с программным управлением: Технологические основы проектирования. — К.: Техніка, 1981. — 183 с.
8. Ярмош А.Г. Моделирование и оптимизация последовательности роботизированной сборки. Автореф. дис. канд. техн. наук. — К.: КПИ, 1987. — 16 с.
9. Колодницкий Н.М., Кирилович В.А., Давыгора В.Н. Представление конечным автоматом процесса ориентирования деталей при роботизированной сборке// Автоматизация сборочных процессов. Рига: РТУ, 1990. Вып. 17, С. 72 — 80.
10. Стенін О.А., Лапковський С.В., Стеніна М.О. Визначення складу орієнтуючих рухів деталей// Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту/ — Житомир, 2003. — 1 (18), С. 171 — 180.
11. Автоматизированный выбор роботов по кинематическим требованиям сборочной технологии/ В.Н.Давыгора, В.А.Кирилович. — К.: Общество “Знание” Украины, 1991. — 24 с.
12. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1974. — 831 с.
13. В.В.Козлов, В.П.Макарычев, А.В.Тимофеев, Е.И.Юревич. Динамика управления роботами. — М.: Наука, 1984. — 336 с.