

Н-РОЗШИРЕННЯ ОПЕРАЦІЙ АЛГЕБРИ ПОКАЗНИКІВ ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕННЯ НЕДОВИЗНАЧЕНИХ ПОКАЗНИКІВ ДІЯЛЬНОСТІ

Анотація: розглядається математичний апарат Н-розширення алгебри показників для врахування недовизначеності при моделюванні вимог до діяльності.

Ключові слова: алгебра показників, недовизначені моделі, Н-розширення.

Вступ

Зважаючи на сучасні вимоги до методів управління організаційно-виробничою системою необхідний гнучкий, та наглядний інструмент побудови системи взаємозалежних показників діяльності, в яких формулюються цілі діяльності підприємства та критерії їх досягнення.

Одним з таких інструментів являється алгебра показників [2] з використанням Н-розширення алгебри показників [1]. Найважчим обмеженням існуючого Н-розширення алгебри показників є відсутність можливості представлення дискретних множин значень недовизначеного показника.

Постановка задачі

Необхідно доповнити Н-розширення алгебри показників, представлене в роботі [1], новими типами Н-змінних та Н-операцій, що дозволить представляти як дискретні, так і неперервні множини значень недовизначених показників при моделюванні вимог до діяльності.

Розроблюване Н-розширення повинно:

1. Забезпечувати представлення як точних, так і недовизначених показників.
2. Мати уніфікований механізм роботи з показниками, не залежно від їх природи.
3. Реалізовувати всі операції над показниками з Н-розширення, що визначені в алгебрі показників [2].

Таким чином актуальною є постановка задачі розширення можливостей опису знань ПО за допомогою показників шляхом створення узагальнюючого мультіінтервального Н-розширення на базі існуючих [1].

Н-розширення операцій над показниками

Нехай для звичайного показника P :

$$DOM(P) = X \quad (1)$$

Тоді, опираючись на роботу [1] приведемо визначення Н-розширень алгебри показників:

1. Елементарне Н-розширення, в якому кожен показник має точне значення або значення $\{X\}$, що представляє собою повну невідзначеність.

$$X^{single} = \{x|x \in X \cup \{X\}\} \quad (2)$$

Спосіб представлення звичайних показників в рамках даного Н-розширення тривіальний оскільки $X \subset X^{single}$.

2. Н-розширення перерахування, в якому кожен показник має значення з множини всіх підмножин X , що позначається 2^X .

$$X^{enum} = \{x|x \in 2^X\} \quad (3)$$

В рамках Н-розширення перерахування значення звичайних показників представляються одноелементними множинами, значення елементів яких дорівнюють значенню звичайних показників.

$$\forall k : H(P, k) = x \rightarrow H(P^{enum}, k) = \{x\} \quad (4)$$

У разі, коли X є решіткою (частково впорядкована множина, в якій для кожної пари елементів існує супремум та інфімум), можна задати такі види Н-розширень, як інтервали і мультиінтервали.

3. Інтервальне Н-розширення, в якому кожен показник має значення інтервалу з множини X .

$$X^{interval} = \{[x^{lo}, x^{hi}] | x^{lo} \in X, x^{hi} \in X, x^{lo} \leq x^{hi}\} \quad (5)$$

В рамках інтервального Н-розширення значення звичайних показників представляються інтервалами, значення нижньої та верхньої границі яких дорівнюють значенню звичайних показників.

$$\forall k : H(P, k) = x \rightarrow H(P^{interval}, k) = [x, x] \quad (6)$$

4. Мультиінтервальне Н-розширення, в якому кожен показник має значення з множини всіх підмножин $X^{interval}$.

$$X^{multiinterval} = \{x|x \in 2^{X^{interval}}\} \quad (7)$$

В рамках мультиінтервального Н-розширення можливо представити як звичайні показники, так і показники Н-розширення перерахування та показники Інтервального Н-розширення.

Значення звичайних показників представляються одноелементними множинами інтервалів, значення нижньої та верхньої границі елементів яких дорівнюють значенню звичайних показників.

$$\forall k : H(P, k) = x \rightarrow H(P^{multiinterval}, k) = \{[x, x]\} \quad (8)$$

Значення показників Н-розширення перерахування представляються множинами інтервалів, значення нижньої та верхньої границі елементів яких дорівнюють значенням показників Н-розширення перерахування.

$$\forall k : H(P^{enum}, k) = X \rightarrow H(P^{multiinterval}, k) = \{[x, x] | x \in X\} \quad (9)$$

Значення показників інтервального Н-розширення представляються одноелементними множинами інтервалів, значення інтервалів яких дорівнюють значенню інтервалів показників інтервального Н-розширення.

$$\forall k : H(P^{interval}, k) = [x^{lo}, x^{hi}] \rightarrow H(P^{multiinterval}, k) = \{[x^{lo}, x^{hi}]\} \quad (10)$$

Операції над показниками Н-розширення перерахування

Нехай P_1, P_2 – будь-які показники Н-розширення перерахування, тоді для будь-яких кортежів $k_1 \in R(P_1), k_2 \in R(P_2), k_3 = k_1 \triangleright k_2$ виконуються:

1. Операція унарного мінуса $-P$:

$$H(-P_1, k_1) = \{-x | x \in H(P_1, k_1)\} \quad (11)$$

2. Операція додавання $P_1 + P_2$:

$$H(P_1 + P_2, k_3) = \{x_1 + x_2 | x_1 \in H(P_1, k_1), x_2 \in H(P_2, k_2)\} \quad (12)$$

3. Операція віднімання $P_1 - P_2$:

$$H(P_1 - P_2, k_3) = H(P_1 + (-P_2), k_3) \quad (13)$$

4. Операція обернення P_1^{-1} :

$$H(P_1^{-1}, k_1) = \{\frac{1}{x} | x \in H(P_1, k_1)\} \quad (14)$$

5. Операція множення $P_1 * P_2$:

$$H(P_1 * P_2, k_3) = \{x_1 * x_2 | x_1 \in H(P_1, k_1), x_2 \in H(P_2, k_2)\} \quad (15)$$

6. Операція ділення $\frac{P_1}{P_2}$:

$$H(\frac{P_1}{P_2}, k_3) = H(P_1 * (P_2^{-1}), k_3) \quad (16)$$

Очевидно, що коли множина показника Н-розширення перерахування містить лише один елемент, то цей елемент представляє точне значення показника. Операції над показниками Н-розширення перерахування в цьому випадку зводяться до операцій над звичайними показниками.

Операції над показниками мультиінтервального Н-розширення

Взявши за основу наведені операції Н-розширення перерахування та операції інтервального Н-розширення, наведені в [1] визначимо операції над показниками мультиінтервального Н-розширення.

Нехай P_1, P_2 – будь-які показники мультиінтервального Н-розширення, тоді для будь-яких кортежів $k_1 \in R(P_1), k_2 \in R(P_2), k_3 = k_1 \triangleright \triangleleft k_2$

виконуються такі операції:

$$H(-P_1, k_1) = \{[-x^{hi}, -x^{lo}] | [x^{lo}, x^{hi}] \in H(P_1, k_1)\} \quad (17)$$

$$H(P_1 + P_2, k_3) = \{[x_1^{lo} + x_2^{lo}, x_1^{hi} + x_2^{hi}] | [x_1^{lo}, x_1^{hi}] \in H(P_1, k_1), [x_2^{lo}, x_2^{hi}] \in H(P_2, k_2)\} \quad (18)$$

$$H(P_1 - P_2, k_3) = H(P_1 + (-P_2), k_3) \quad (19)$$

$$H(P_1^{-1}, k_1) = \{[\frac{1}{x^{lo}}, \frac{1}{x^{hi}}] | [x^{lo}, x^{hi}] \in H(P_1, k_1)\} \quad (20)$$

$$H(P_1 * P_2, k_3) = \{[x_1^{lo} * x_2^{lo}, x_1^{hi} * x_2^{hi}] | [x_1^{lo}, x_1^{hi}] \in H(P_1, k_1), [x_2^{lo}, x_2^{hi}] \in H(P_2, k_2)\} \quad (21)$$

$$H\left(\frac{P_1}{P_2}, k_3\right) = H(P_1 * (P_2^{-1}), k_3) \quad (22)$$

Очевидно, що коли показник мультиінтервального Н-розширення представляє собою звичайний показник, показник Н-розширення перерахування або показник інтервального Н-розширення, то операції над таким показником зводяться до операцій над звичайним показником, показником Н-розширення перерахування або показником інтервального Н-розширення відповідно.

Властивості операції над показниками Н-розширення

Для наведених операцій над показниками Н-розширення виконуються такі властивості:

1. Комутативність операцій + та *:

$$P_1 + P_2 = P_2 + P_1 \quad (23)$$

$$P_1 * P_2 = P_2 * P_1 \quad (24)$$

2. Асоціативність операцій + та *:

$$(P_1 + P_2) + P_3 = P_1 + (P_2 + P_3) \quad (25)$$

$$(P_1 * P_2) * P_3 = P_1 * (P_2 * P_3) \quad (26)$$

3. Дистрибутивність:

$$(P_1 + P_2) * P_3 = (P_1 * P_3) + (P_2 * P_3) \quad (27)$$

Висновок

В роботі представлено доповнення для N -розширення алгебри показників, представленого в роботі [1], з новими типами N -змінних та N -операцій, що дозволяє представляти як дискретні, так і неперервні множини значень недовизначених показників при моделюванні вимог до діяльності.

Розроблене N -розширення відповідає всім вимогам, представленим в постановці задачі: забезпечує представлення як точних, так і недовизначених показників; має уніфікований механізм роботи з показниками, не залежно від їх природи; реалізовує всі операції над показниками з N -розширення, що визначені в алгебрі показників [2].

Список використаних джерел

1. Гриша О.В. Розширення операцій алгебри показників для управління системами з неповністю визначеними показниками діяльності. // Адаптивні системи автоматичного управління. – 2012. – № 21(41). – С. 29–34.
2. Гриша С.М. Технологічно інтелектуалізовані інформаційні системи для управління бізнесом (ІСУБ) на основі алгебри показників / Гриша С.М., Родічева О.С., Приліпко Д.І. // Вісник Національного Технічного Університету “ХПІ”. – 2008. – № 5. – С. 123–133.
3. Нариньяни А.С. Неопределённость в системах представления и обработки знаний//Изв. АН СССР. Техн.кибернетика. – 1986. – № 5.

Отримано 24.03.2014 р.