

УДК 629.3.025

С.В. Шпіт, Н.В. Мирнінко, А.В. Мойсеєнко, А.В. Какотко

## РОБАСТНЕ КЕРУВАННЯ З ЕТАЛОННИМ РЕГУЛЯТОРОМ ВИХОДУ

*Анотація:* Робота присвячена використанню методів, що базуються на робастному підході при побудові систем з нечітко визначеними математичними моделями та неповною апріорною інформацією.

*Ключові слова:* математична модель, робастна система, змінні стану функції чутливості.

### Постановка задачі

Розглянемо простий об'єкт керування з математичною моделлю  $px(t) = \alpha x(t) + bu(t)$ , де  $x(t)$  – регульована змінна стану,  $u(t)$  – керуючий вплив,  $b$  – сталий параметр,  $\alpha$  – номінальний параметр, який може мати варіації  $\Delta\alpha$ . Хай якість слідкування за вхідним впливом  $g(t)$  визначається еталонною моделлю  $px_m(t) = \alpha_m x_m(t) + b_m g(t)$ , де сигнал  $x_m(t)$  визначає заданий рух, а пара  $(\alpha_m, b_m)$  – задані динамічні властивості замкнутої системи. Будемо використовувати еталонну модель з передаточною функцією  $W_m(s)$  у якості фільтру, який формує відповідний вхідний сигнал  $\tilde{g}(t) = x_m(t)$ ,

а функціонал якості  $I = \int_0^t \xi^2(t) dt$ , де  $\xi(t) = x_m(t) - x(t)$ . Тепер

формалізована постановка задачі побудови робастної системи потребує виконання цільової умови  $\lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = 0$  для будь яких вхідних впливів  $g(t) \in R_G$  та при будь яких збудженнях параметрів  $\Delta\alpha \in R_\alpha$ . Для розв'язання поставленої задачі необхідно визначити регулятор із стаціонарними параметрами з пропорційним законом керування  $u(t) = K_n \xi(t)$ . Також відомо, що застосування зворотних зв'язків  $Kz$  зменшує вплив нестабільних параметрів на динамічні властивості системи, тобто підсилює умови робастності. Якщо буде виконуватися умова  $W_{oz}(s, \alpha + \Delta\alpha) = \frac{K_n W_o(s, \alpha + \Delta\alpha)}{1 + K_n W_o(s, \alpha + \Delta\alpha) Kz} \approx 1$ , а динамічний показник замкнутої системи  $R(s) = \frac{1}{1 + K_n W_o(s, \alpha) Kz} < 1$ , то це свідчить, що система буде грубою по відношенню до невизначеностей, тобто буде мати властивості робастної системи.

Перевірка умов грубості виконувалась за допомогою функції чутливості відносно параметрів об'єкта керування. Хай математична модель об'єкта керування задана передаточною функцією  $W(s, a1, a0, b0) = \frac{b0}{a2s^2 + a1s + a0}$ , де коефіцієнт  $a1$  характеризується параметричною невизначеністю, тобто

Перехідні процеси при номінальному значенні та при варіації  $\Delta\alpha$  представлені на Рисунок 1 А. Аналіз функції чутливості (Рисунок 1 Б) свідчить, що об'єкт керування не відповідає умовам робастності. Результати введення зворотних зв'язків (Рисунок 2) не приводить до значного підвищення умов робастності.

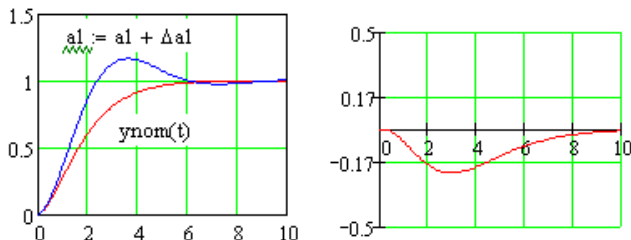


Рис. 1 – Перехідні процеси А – при номінальних параметрах та при варіації коефіцієнта  $a_1$ , Б – функція чутливості  $u(t)$  відносно збудженого параметру  $a_1$

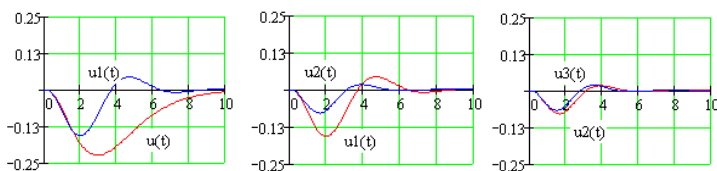


Рис. 2 – Функції чутливості А – при 1-му замиканні, Б – при 2-му замиканні, В – при 3-му замиканні

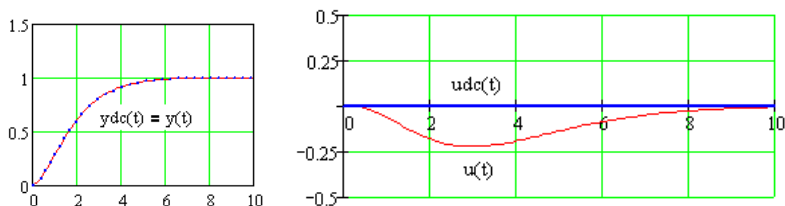


Рис. 3 – Перехідні процеси А – та функція чутливості Б – відносно збудженого параметру  $a_1$  при застосуванні дуального регулятора

В роботах [6,7] показано, що при застосуванні дуального регулятора із еталонною моделлю досягається компенсація неконтрольованих збуджень. На основі аналізу експериментальних досліджень функції чутливості (Рисунок 3Б) можна зробити висновок про доцільність застосування дуального регулятора для побудови робастних систем керування.

При цьому система керування практично має нульову чутливість  $udc(t)$  відносно параметру  $a_1$ , стає нечутливою (робастною) не тільки до сигнальної невизначеності (Рисунок 4), але і до наявності паразитної невизначеності  $W(s)0 = \frac{1}{0.05s+1}$  (Рисунок 5).

$$W(s^2) = \frac{0.5}{1.5s^2 + s + 0.8}$$

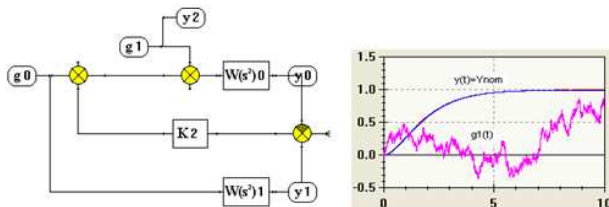


Рис. 4 – Результати дослідження дії сигнальної невизначеності  $g1(t)$

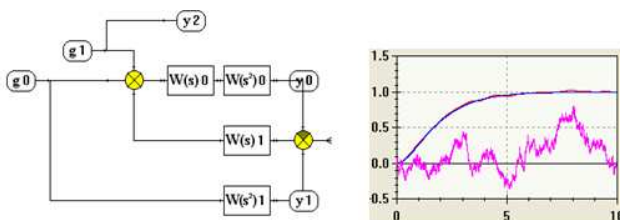


Рис. 5 – Результати дослідження дії паразитної невизначеності  $W(s)0$

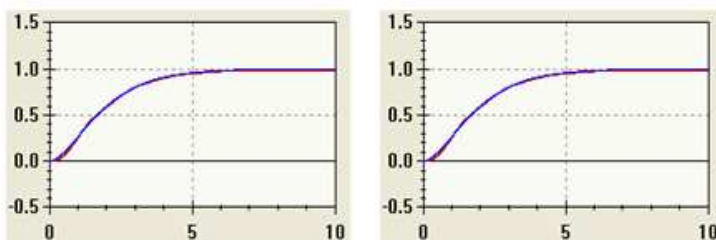


Рис. 6 – Перехідні процеси А – при комплексних параметричних невизначеннях, Б – при ненульових початкових умовах

Застосування даного методу побудови робастної системи перевірялися на математичній моделі керуванні кутом тангажу літака з передаточною функцією

$$W(s, \xi, T0, kz, T1, K) = \frac{K(T1s + 1)}{T0^2 s^2 + 2\xi T0s + kz(T1s + 1)}$$

$$K = 0.8, T1 = 2.25, T0 = 0.35, \xi = 0.17, kz = 0.4$$

Результати експериментальних досліджень та теоретичних розрахунків по функціям чутливості відносно параметрів математичної моделі літака, які змінюються в залежності від режимів польоту та умов стійкості перевірялися на основі класичної системи

керування та запропонованого методу побудови робастної системи керування з дуальним регулятором.

Номінальна замкнута передаточна функція  $Wzv(s, \xi, T0, kz, T1, K)$  для контуру швидкості визначається як

$$Wpv(s, \xi, T0, kz, T1, K) = W(s, \xi, T0, kz, T1, K)Wi(s),$$

$$Wzv(s, \xi, T0, kz, T1, K) = \frac{Wpv(s, \xi, T0, kz, T1, K)}{1 + Wpv(s, \xi, T0, kz, T1, K)}.$$

Відповідна функція чутливості відносно коефіцієнту згасання  $\xi Uv(s) = \frac{d}{d\xi} Wzv(s, \xi, T0, kz, T1, K)$ . Аналіз функції чутливості (Рис. 6) показує, що при замиканні системи грубість системи збільшується у декілька разів.

Номінальна передаточна функція для контуру кута тангажу визначається як

$$Wpeg(s) = Wpeg(s)Wpv(s, \xi, T0, kz, T1, K)$$

$$Wzph(s) = \frac{Wpeg(s)Wpv(s, \xi, T0, kz, T1, K)}{1 + Wpeg(s)Wpv(s, \xi, T0, kz, T1, K)}$$

Характер зміни функцій чутливості в результаті включення контуру керування по швидкості будемо виконувати відносно коефіцієнту згасання.

Функція чутливості визначається по відповідній передаточній функції.

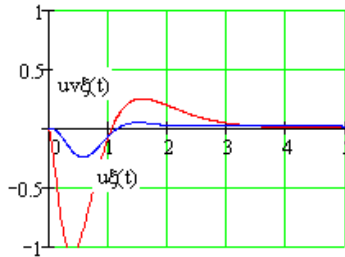


Рис. 7 – Функції чутливості каналів прискорення (перевантаження) та швидкості, чутливість системи керування каналу швидкості стала меншою

Внутрішня еталонна математична модель для контуру прискорення обирається на основі поліномів Ньютона таким чином, щоб вона була адекватною номінальній  $W(s, \xi, T0, kz, T1, K)$

$$Wm(s) = \frac{w^2(Kn(Tms + 1))}{s^2 + 2ws + w^2} \quad w = 3.6, \quad Kn = 0.485, \quad Tm = 2.35$$

Визначається чутливість спроектованого контуру прискорення з моделлю контуру та ПД-регулятором у вигляді  $Wbm(s) = Km + \frac{Kim}{s}$   $Km = 50, \quad Kim = 5$

$$Wom(s, \xi, T0, kz, T1, K) = \frac{Wm(s)Wbm(s)Wo(s, \xi, T0, kz, T1, K)}{1 + Wbm(s)Wo(s, \xi, T0, kz, T1, K)}$$

$$Umo\xi(s) = \frac{d}{d\xi} Wom(s, \xi, T0, kz, T1, K)$$

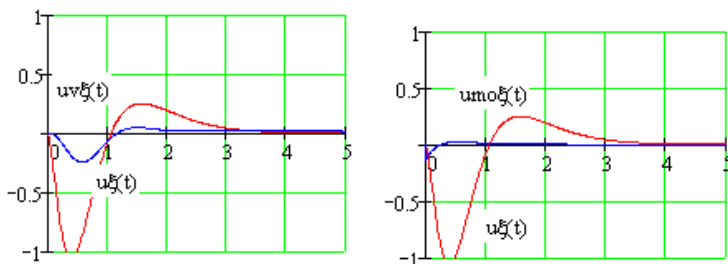


Рис. 8 – Визначається передаточна функція замкнутого каналу з типовим регулятором

$$Wpeg(s) = \frac{Kp(T1ps + 1)}{T2ps + 1} \quad Kp = 1, \quad T1p = 0.284, \quad T2p = 2.25$$

$$Wpom(s, \xi, T0, kz, T1, K) = Wpeg(s)Wom(s, \xi, T0, kz, T1, K)Wi(s)$$

$$Wz0m(s, \xi, T0, kz, T1, K) = \frac{Wpom(s, \xi, T0, kz, T1, K)}{1 + Wpom(s, \xi, T0, kz, T1, K)}$$

а перевіряється відповідна функція чутливості

$$Uzm(s) = \frac{d}{d\xi} Wpom(s, \xi, T0, kz, T1, K)$$

Передаточна функція замкнутої системи керування кутом тангажу має вигляд

$$Wozz(s, \xi, T0, kz, T1, K) = \frac{KnnWzom(s, \xi, T0, kz, T1, K)Wh(s)}{1 + KnnWzom(s, \xi, T0, kz, T1, K)Wh(s)}$$

$$Wh(s) = \frac{Kh}{(Ths + 1)s} \quad Kh = 0.1, \quad Th = 1, \quad Knn = 1$$

Загальна функція чутливості має вигляд

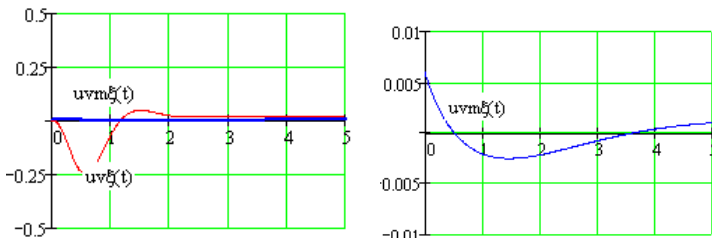


Рис. 9 – Функція чутливості

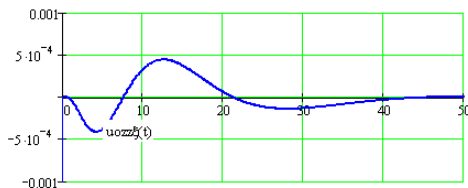


Рис. 10 – Загальна функція чутливості

$$U_{ozz}(s) = \frac{d}{d\xi} \frac{K_{nn}W_{zom}(s, \xi, T_0, k_z, T_1, K)Wh(s)}{1 + K_{nn}W_{zom}(s, \xi, T_0, k_z, T_1, K)Wh(s)}$$

$$h_{zom}(t) := \frac{W_{zom}(s, \xi, T_0, k_z, T_1, K)}{s} \Big|_{\text{invlaplace, s}} \rightarrow \text{float, 3}$$

$$h_{oz}(t) := W_{ozz}(s) \cdot g_1(s) \Big|_{\text{invlaplace, s}} \rightarrow \text{float, 4}$$

Перехідні характеристики по швидкості та куту тангажу представлені на рис. 11.

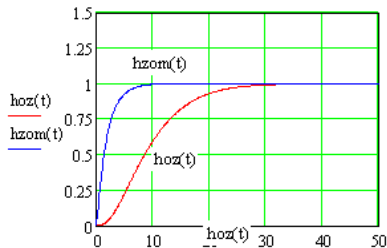


Рис. 11 – Перехідні характеристики по швидкості та куту тангажу

Перевіряються умови робастності по логарифмічним характеристикам умовно розімкнутої та замкнутої системи (рисунок 12)

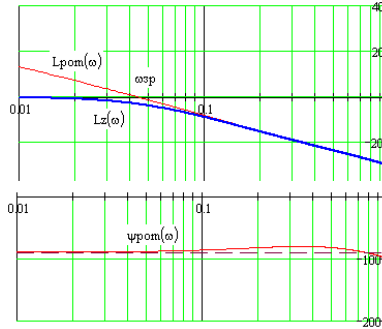


Рис. 12 – Логарифмічні характеристики умовно розімкнутої та замкнутої системи

Логарифмічна характеристика умовно розімкнутої системи  $L_{prot}(\omega)$  в області  $\omega_{zp}$  має похил  $-20\text{дБ/дек}$ , фазовий кут  $\psi(\omega) \cong -90^\circ$ . Вигляд логарифмічної характеристики замкнутої системи  $Lz(\omega)$  вказує на виконання умов робастності.

Експериментальні дослідження виконувалися на моделюючому комплексі “SHS-TAK”, розробленому під керівництвом доцента кафедри технічної кібернетики НТУУ “КПІ” Шпіт С.В.

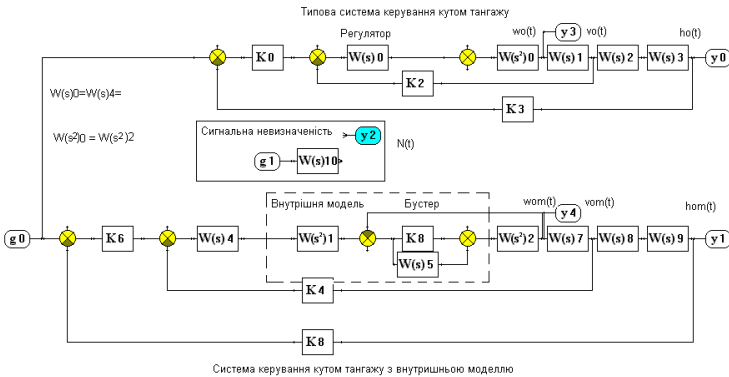


Рис. 13 – Схема моделювання системи керування кутом тангажу

Результати дослідження представлено на рисунку 14. На Рисунку 14 А) приведені результати дослідження при номінальних параметрах математичної моделі об'єкта керування. Змінні стану експериментальної моделі збігаються з номінальними. На Рисунку 14 Б) показано вплив параметричної невизначеності при малих збудженнях параметрів  $\xi, T1, kz$ . Результати дослідження підтверджують умови робастності по виходу типової системи керування

та системи керування з внутрішньою моделлю. Але система керування з внутрішньою моделлю є більш грубою, практично вона не реагує на параметричні невизначеності. Якщо параметри змінюються у декілька разів (Рисунок 14 В), то типова система виходить на межу стійкості та може стати нестійкою. В той же час, система з внутрішньою моделлю підтримує вихідну величину на номінальному значенні. При дії сигнальної невизначеності  $N(t)$  у вигляді центрованого випадкового сигналу з невідомою спектральною густиною (Рисунок 14 Г) система керування з внутрішньою моделлю остається інваріантною, тобто робастною, а типова система має великі відхилення від номінального режиму.

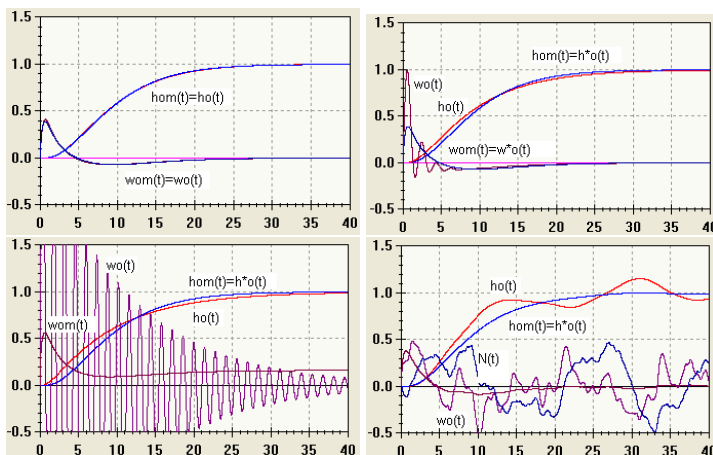


Рис. 14 – Результати експериментальних досліджень.

Таким чином по теоретичним розрахункам та експериментальним дослідженням можна зробити наступні висновки.

### Висновки

Теоретичні та експериментальні дослідження побудови робастних систем керування з дуальним спостерігачем показали високу ефективність запропонованих методів. При цьому система керування стає нечутливою при параметричній невизначеності і залишається інваріантною при впливі неконтрольованих завад у широкому діапазоні.

### Список використаних джерел

1. Принцип инвариантности и условия его применения при расчете линейных и нелинейных систем/ Петров Б.Н.// Труды I Конгресса ИФАК, т. 1, 1960.



2. Оптимальні і адаптивні системи автоматичного керування: Навчальний посібник./ Тютюнник А.Г.// Житомир: ЖІТІ, 1998. – 512 с.
3. Системи автоматичного керування з еталоном – спостерігачем / Шпіт С.В., Янцеловський С.Г., Ткаченко О.І. // Адаптивні системи автоматичного управління. – 2008 – №12(32). – С. 145–151.
4. Автономна багатомірна система керування з еталонами – спостерігачами/ Шпіт С.В., Семчишин А.В. // Адаптивні системи автоматичного управління. – 2009 - №13(33).- С. 97–107.
5. Дуальний спостерігач в системах автоматичного керування/ Шпіт С.В. // Адаптивні системи автоматичного управління. - 2009 - №14(34).– С. 91–98.
6. Дослідження систем керування при неповній апріорній інформації / Шпіт С.В. // Адаптивні системи автоматичного управління. -2012 – №21(40). – С. 95–89.
7. Дуальний спостерігач як компенсатор неконтрольованих збурень / Шпіт С.В. // Адаптивні системи автоматичного управління. – 2012 – №20(40). – С. 94–100.

Отримано 28.03.2014 р.