

## **ДИСКРЕТНО-СТОХАСТИЧА МОДЕЛЬ РУХУ МАТЕРІАЛЬНИХ ПОТОКІВ В КОНТЕКСТІ ЗАДАЧІ ДИСПЕТЧЕРИЗАЦІЇ**

*Анотація:* запропонована дискретно-стохастична модель руху матеріальних потоків в логістичних системах на базі економіко-математичної моделі ланцюжків поставок для застосування при вирішенні задачі диспетчеризування матеріальних потоків.

*Ключові слова:* логістична система, матеріальний потік, дискретно-стохастична модель, економіко-математична модель, ланцюжки поставок, мережа масового обслуговування.

### **Вступ**

Задача диспетчеризування матеріальних потоків в логістичних системах з кожним роком стає все більш актуальною, і тому з'являється все більше досліджень, спрямованих на вирішення задач перепланування ланцюжків поставок. Такі дослідження ставлять перед собою за ціль виконання певних оптимізаційних задач, серед яких найбільш частими є:

1. Мінімізація вартості роботи логістичної системи при заданому об'ємі матеріальних потоків.
2. Максимізація об'єму проходження матеріальних потоків при обмеженні вартості побудови, перепланування та/чи обслуговування логістичної системи [1].

Кожен розділ логістики пропонує різні способи вирішення вказаних задач, що, зазвичай, різняться в залежності від типу логістичної системи, проте природа матеріальних потоків є однаковою у всіх цих системах [2].

Тому видається доцільним побудувати таку модель руху матеріальних потоків, яка б абстрагувалась від особливостей конкретних систем, а працювала б виключно з універсальними характеристиками матеріальних потоків та потокоутворюючих об'єктів.

### **Постановка задачі**

Розробити таку математичну модель руху матеріальних потоків, що дозволяла б вирішувати задачу диспетчеризації матеріальних потоків між вузлами системи та відповідала б наступним вимогам:

1. Висока універсальність.

2. Розподілений характер моделі, що відобразить розподілену структуру логістичних систем, а також дозволить застосовувати не лише проблемно-орієнтований, а й агентно-орієнтований підхід до вирішення задачі диспетчеризації [3].
3. «Потокоцентричність» – модель повинна відобразити властивості матеріальних потоків.
4. Наявність принципової можливості втілення математичної моделі у вигляді комп'ютерної моделі, в тому числі з можливістю реалізації функцій імітаційного моделювання.

**Економіко-математична модель ланцюжків поставок**

Однією з існуючих моделей, що майже задовільняють викладені вище вимоги є економіко-математична модель ланцюжків поставок Лісовського-Пономаренко – неперервно-стохастична модель, що базується на математичному апараті мереж масового обслуговування (MeMO) [1].

Вищезгадана модель представляє всю логістичну систему як граф, що складається з переплетених лінійних ланцюгів поставок (рис. 1).

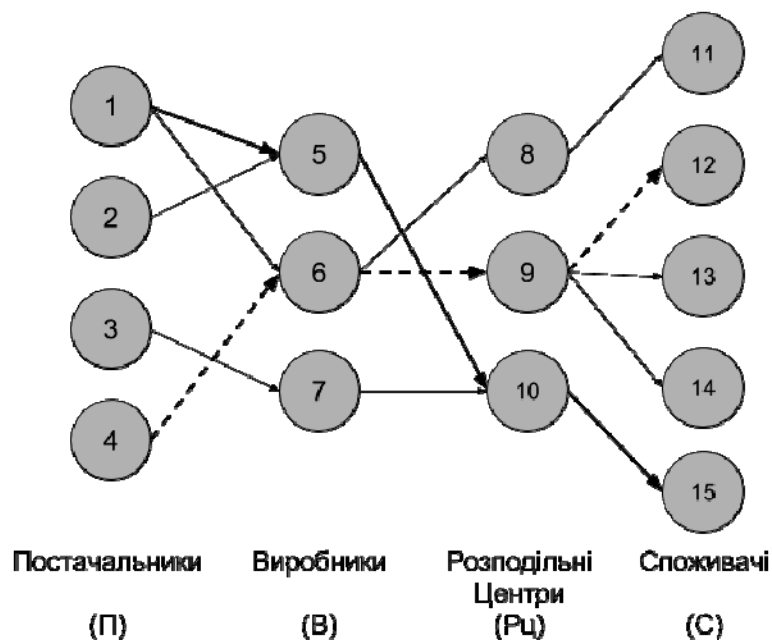


Рис. 1. Приклад системи ланцюжків поставок

Для прикладу, з даного рисунку, можемо виділити ланцюжки поставок: «П1–В5–Рц10–С15», «П4–В6–Рц9–С12», та ін.

Нехай  $N$  – кількість вузлів в мережі поставок, а  $K$  – стала кільк-

кість вимог у МеМО, а  $k_i$  – кількість вимог в  $i$ -му вузлі,  $m_i$  – кількість паралельних каналів обслуговування в  $i$ -му вузлі,  $\mu_i$  – інтенсивність обслуговування вимог в  $i$ -му вузлі. Тоді отримуємо наступні характеристики, що моделюють стан системи, в якій обробляються  $R$  різних типів вимог [1]:

1. Рівняння потоку МеМО для розімкнутої (1.1) та замкнутої (1.2) мереж задає залежність інтенсивності вимог в  $i$ -му вузлі  $\lambda_i$  від інтенсивностей вимог на інших вузлах з урахуванням ймовірності маршрутизації  $p_{ij}$ :

$$\lambda_i = \lambda_{0i} + \sum_{j=1}^N \lambda_j p_{ij}, i = 1..N \quad (1.1)$$

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^N \lambda_j p_{ij}, i = 1..N, \quad (1.2)$$

де  $\lambda_i$  – інтенсивність вимог, що надходять до вузла,  $p_{ij}$  – ймовірність маршрутизації (переходу вимоги з одного вузла на інший).

2. Маргінальна ймовірність стану вузла  $\pi_i(k)$ , що показує ймовірність того, що в  $i$ -му вузлі знаходиться вектор  $k = S_i$  різнотипних вимог:

$$\pi_i(k) = \sum \pi(S_1, \dots, S_R) \quad (2)$$

3. Завантаженість вузла вимогами  $r$ -го типу:

$$\rho_{ir} = \frac{1}{m_i} \sum_{k: k_i > 0} \pi_i(k) \frac{k_{ir}}{k} \min(m_i, k_i), k_i = \sum_{r=1}^R k_{ir} \quad (3)$$

4. Пропускна спроможність вузла:

$$\lambda_{ir} = \sum_{k: k_i > 0} \pi_i(k) \frac{k_{ir}}{k_i} \mu_i(k_i) \quad (4)$$

Вищенаведені характеристики дозволяють описати систему також такими середніми величинами як середня кількість вимог у вузлі, середня довжина черги, та середній час очікування вимог у черзі вузла, і, хоча, така модель відповідає вимогам універсальності, розподіленості, та потокоорієнтованості, вона не надає можливості вирішувати задачі диспетчеризації матеріальних потоків.

Диспетчеризація повинна враховувати відхилення від нормального (запланованого) ходу роботи, а також попереджувати такі відхилення, а, отже, модель повинна описувати не лише стан системи в плановому (штатному) режимі роботи, а й стани системи в кожен момент часу, що веде за собою врахування відхилень роботи вузлів ЛС від планових.

### *Дискретно-стохастична модель руху матеріальних потоків*

Для того, щоб позбутись вищевказаних недоліків, введемо в модель додатковий інваріант – час. Оскільки, при вирішенні задачі диспетчеризації нас не цікавить перебіг процесів перетворення матеріальних потоків, а лише сам факт зміни характеристик системи з виникненням в ній подій [5], визначимо час дискретним.

Таким чином, нехай є деяка логістична система:

$$LS = \{LS^0, LS^p, \varphi\}, \quad (5)$$

де  $LS^0$  – деякий відомий стан системи в момент часу  $t=0$  (початок роботи чи моделювання), а  $\varphi$  – функція диспетчеризації, що виконує перехід системи з одного стану в інший. Тоді:

$$LS^0 = \{\lambda_{ir}^0, \pi_i^0(k), \rho_{ir}^0, \dots\}, \quad (6)$$

а стан системи в кожен наступний  $(t+1)$  момент часу обчислюється як корекція значень  $\mu_i(k_i)$  та  $\lambda_i$  шляхом застосування функції маршрутизації  $\varphi$ :

$$LS^{t+1} = \varphi(p_{ij}^t, \lambda_{ir}^t, \pi_i^t(k), \rho_{ir}^t), \quad (7)$$

а плановий стан роботи системи  $LS^p$  задаємо як описано в попередньому параграфі статті:

$$LS^p = \{\lambda_{ir}, \pi_i(k), \rho_{ir}\}. \quad (8)$$

Оскільки, у процесі відхилення роботи системи від запланованого, змінюються ймовірності переходів станів вузлів  $\pi_i(k)$ , ціллю функції диспетчеризації (7) є мінімізація відхилення значень цього вектора від його значення в нормальному стані:

$$\min\left(\sum_{i=1..N, j=1..N} |p_{ij}^t - p_{ij}^p|\right) \quad (9.1)$$

$$p_{ij}^{t+T_d} = p_{ij}^p, \quad (9.2)$$

де  $T_d$  – час диспетчеризації. У випадку запланованого режиму роботи системи функція  $\varphi$  є функцією ідентичності, тобто  $T_d = 0$ .

Для адаптації початкової моделі до виконання задач диспетчеризації, в неї був введений новий інваріант – час, а також функція диспетчеризації  $\varphi$ , що переводить модель системи з одного стану в інший з ціллю нівелювання відхилення від нормального (планового режиму роботи). Таким чином, модель, що описувала стан системи статично, отримала характеристику опису динаміки руху матеріальних потоків.

Для кожного моменту часу функція диспетчеризації  $\varphi$  визначена на інтервалах  $(t; t + T_d]$  та  $(T_d; +\infty)$ . У випадку нормального (планового) режиму роботи системи  $T_d = 0$ .

Окремий інтерес представляє можливість застосування моделі в комбінації з мультиагентним підходом до вирішення задачі диспетчеризації матеріальних потоків.

### Висновки

В даній роботі запропонована дискретно-стохастична модель руху матеріальних потоків в логістичних системах, що базується на економіко-математичній моделі ланцюжків поставок Лісовського-Пономаренка.

Подана модель володіє властивостями:

- *універсальності* – абстрагується від конкретних логістичних систем чи їх видів, що забезпечується засобами теорії МО;
- *розподіленості* – окремо описує кожен вузол та його вхідний потік заявок;
- *потокоорієнтованості* – основні модельовані характеристики відображають основні властивості матеріальних потоків: початкова та кінцева точки (напрямок), швидкість руху, номенклатура об'єктів потоку (через різноманітність заявок).
- *простота побудови комп'ютерної моделі* – на базі розробленої математичної моделі можна побудувати комп'ютерну, в тому числі імітаційну модель роботи логістичної системи.

Таким чином, володіючи цими характеристиками, розроблена математична модель задовільняє вимоги, вказані при постановці задачі.

В якості напрямку подальших досліджень варто обрати пошук функції маршрутизації  $\varphi$ , яка, власне, й виконує диспетчеризацію матеріальних потоків.

#### Список використаних джерел

6. Економіко-математична модель логістичного ланцюжка поставок / Лісовський В. І., Пономаренко Л. А. // Збірник наукових праць МННЦ ІТіС «Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем». – 2012. – № 17. – С. 5–22.
7. Логістичний підхід до диспетчеризації матеріальних потоків ГВС / Дзінько А. М., Ямпольський Л. С. // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Адаптивні системи автоматичного управління». – 2013. – №1(22). – С. 17–24.
8. Агентно-орієнтований підхід до розв'язання логістичних задач диспетчеризації матеріальних потоків / Дзінько А. М., Ямпольський Л. С. // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Адаптивні системи автоматичного управління». – 2012. – №21(41). – С. 18–22.
9. Подходы к алгоритмизации диспетчерского управления в логистических системах / Васецкий В. В., Питолин В. М. // Вестник Воронежского Государственного Технического Университета. – 2012. – №1 (том 8). – С. 11–16.
10. Гнучкі комп'ютеризовані системи: проектування, моделювання і управління: Підручник / Л. С. Ямпольський, П. П. Мельничук, Б. Б. Самотокін, М. М. Поліщук, М. М. Ткач, К. Б. Остапченко, О. І. Лісовиченко. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 680 с.